

Diskretne strukture VSP: 2. računski izpit

2. februar 2021

Čas pisanja je 60 minut. Dovoljena je uporaba 2 listov A4 formata s formulami. Uporaba elektronskih pripomočkov ni dovoljena.

Vsako nalogo rešuj na ločeno stran. Na vsako stran se zgoraj podpiši, zapiši svojo vpisno številko in navedi številko naloge, ki jo rešuješ. Naloge skeniraj po vrsti. Hvala!

Vse odgovore dobro utemelji!

1. [30 točk] Dan je sklep

$$p \vee q, r \Rightarrow q, \neg s, \neg r \Rightarrow \neg t \quad \models \quad t \vee s \Rightarrow \neg p.$$

- (a) Utemelji, da je sklep pravilen tako, da zapišeš formalen dokaz tega sklepa.
Namig: $p \vee q \sim (p \vee q) \wedge (\neg p \vee \neg q)$.
- (b) Ali sklep ostane pravilen, če predpostavko $p \vee q$ zamenjamo s $p \vee q$? Zapiši formalen dokaz ali poišči protiprimer!

2. [35 točk] Preslikavi $f: \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$ in $g: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ sta definirani s predpisoma

$$f(x, y) = xy \quad \text{in} \quad g(x) = (x^2, x - 1).$$

- (a) Poišči vse $(x, y) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$, za katere je $f(x, y) = 4$, in vse $x \in \mathbb{Z}$, za katere je $g(x) = (4, -3)$.
- (b) Ali je f surjektivna? Ali je g injektivna?
- (c) Zapiši predpisa za $f \circ g$ in $g \circ f$.
- (d) Poišči preslikavo $h: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$, za katero velja $f \circ h = \text{id}_{\mathbb{Z}}$.

3. [35 točk] Dijaki šole za oblikovanje so se udeležili likovne kolonije, kjer so lahko risali, slikali ali kiparili. Delavnice risanja se je udeležilo 59 dijakov, delavnice slikanja 79 dijakov in delavnice kiparjenja 57 dijakov. Risalo in slikalo je 24 dijakov, slikalo in kiparilo 31 dijakov ter risalo in kiparilo 19 dijakov. Vseh treh aktivnosti so se udeležili 3 dijaki.

- (a) Koliko dijakov se je udeležilo kolonije?
- (b) Koliko dijakov se je udeležilo samo ene aktivnosti?
- (c) Dijaki, ki so slikali ali risali so lahko svoje izdelke odnesli domov še isti dan. Tisti, ki so kiparili, so se morali po svoje izdelke vrniti, ko so se izdelki posušili. Koliko dijakov se je torej tisti dan domov odpravilo z vsaj enim izdelkom (to pomeni, da so tisti dan risali ali slikali)?