
Ime in priimek

Diskretne strukture: tretji izpitni rok - teoretični del

19. avgust 2022

Čas pisanja je **30 minut**.

Za pozitivno oceno je potrebno zbrati **vsaj 50 točk**.

Pri tem je vsako **podvprašanje** vsake naloge **vredno 10 točk**.

Poskus prepisovanja, pogovarjanja, uporaba elektronskih pripomočkov so **strogo prepovedani**.

| | | | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
| | | | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|

Vpisna številka

| | |
|----------|--|
| 1 | |
| 2 | |
| 3 | |
| Σ | |

1. naloga (30 točk)

V celi nalogi sta p, q izjavni spremenljivki in \oplus izjavni veznik, za katerega velja

$$\neg p = p \oplus p \quad \text{in} \quad p \vee q = (p \oplus p) \oplus (q \oplus q).$$

a) Ali je nabor $\{\oplus\}$ poln? Odgovor utemeljite.

b) Samo z uporabo \oplus izrazite $p \Rightarrow q$.

c) Napišite preneksno normalno obliko izjavne formule $I \oplus I$, kjer je I izjavna formula

$$\forall x \exists y : ((P(x) \oplus P(x)) \oplus (Q(y) \oplus Q(y))).$$

2. naloga (30 točk)

V celi nalogi so dane množice $X = \{a, b, c, d\}$, $Y = \{1, 2, 3\}$ in $Z = \{F, G\}$. Naj bodo $f : X \rightarrow Y$, $g : Y \rightarrow Z$ in $h : Z \rightarrow X$ neke preslikave. V nalogi nas bodo zanimali še kompozitumi:

$$g \circ f, \quad f \circ h, \quad h \circ g \circ f \quad \text{in} \quad g \circ h \circ f. \quad (*)$$

a) Navedite primer preslikave g , ki je surjektivna.

b) Enega od kompozitumov iz (*) ne bomo mogli izračunati za nobeno trojico f, g, h . Navedite, kateri je to in kje je težava.

c) Samo eden od kompozitumov iz (*) je lahko injektivna preslikava za neko trojico f, g, h . Navedite, kateri je to in napišite primer preslikav f, g, h , za katere je ta kompozitum res injektivna preslikava.

3. naloga (40 točk)

a) Poiščite celo število b , za katerega enačba $4x + by = 20$ ima celoštevilske rešitve ($x, y \in \mathbb{Z}$), enačba $4x + 20y = b$ pa jih nima.

b) Relacija $R \subseteq \mathbb{Z}^2 \times \mathbb{Z}^2$ je podana s predpisom

$$(x_1, y_1)R(x_2, y_2) \Leftrightarrow (x_1, y_1) \text{ in } (x_2, y_2) \text{ sta rešitvi diofantske enačbe } 2x + 3y = 5.$$

Napišite vsaj 2 elementa iz definicijskega območja relacije R .

c) Grafu G z 2022 vozlišči odstranimo 5 povezav in dobimo graf z 2016 povezavami. Ali je G lahko Hamiltonov? Če je odgovor da, navedite primer takega grafa, sicer pa utemeljite, zakaj je odgovor ne.

d) Naj bo

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 3 & x & y & 2 & z & w & 5 \end{pmatrix}$$

delno določena permutacija. Določite x, y, z tako, da bo φ^2 identična permutacija.