

---

Ime in priimek

**Diskretne strukture: izredni izpitni rok - teoretični del**

24. marec 2022

Čas pisanja je **30 minut**.

Za pozitivno oceno je potrebno zbrati **vsaj 50 točk**.

Pri tem je vsako **podvprašanje** vsake naloge **vredno 10 točk**.

Poskus prepisovanja, pogovarjanja, uporaba elektronskih pripomočkov so **strogo prepovedani**.

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Vpisna številka

1	
2	
3	
$\Sigma$	

**1. naloga (30 točk)**

a) Za vsakega od izjavnih izrazov  $p \Leftrightarrow p$  in  $p \Leftrightarrow p \Leftrightarrow p$  navedite, ali je tautologija. Odgovora utemeljite.

b) Naj bosta  $p$  in  $r$  izjavni spremenljivki. Ali obstaja izjavni izraz  $I(p)$ , tako da je izjavni izraz

$$I(p) \vee r$$

tautologija? Če je odgovor da, navedite primer takega izjavnega izraza, sicer pa utemeljite, zakaj je odgovor ne.

c) Napišite preneksno normalno obliko izjavne formule

$$\neg \forall x \exists y : (P(x) \wedge Q(y)).$$

## 2. naloga (30 točk)

a) Dana je množica  $B = \{\emptyset, \{a\}, \{\{a, 1\}\}, \{a, \{a, 1\}\}\}$ . Ali je  $B$  potenčna množica neke množice  $A$ ? Če je odgovor da, navedite množico  $A$ , sicer pa utemeljite, zakaj je odgovor ne.

b) Dana je množica  $C = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ . Preslikava  $f : C \rightarrow C$  zadošča pogojem  $f(1) = 2$ ,  $f(4) = 5$  in  $f \circ f = \text{id}_C$ . Določite  $f(2)$ ,  $f(3)$ ,  $f(5)$ .

c) Relacija  $\mathcal{R}$  na množici grafov (neusmerjeni, brez zank in brez večkratnih povezav) je podana s predpisom

$$G \mathcal{R} H \quad \Leftrightarrow \quad |V(G)| = |V(H)| \quad \text{in} \quad ||E(G)| - |E(H)|| = 2.$$

Narišite 2 neizomorfna grafa, ki sta v relaciji  $\mathcal{R}$  z grafom  $P_4$  (pot na 4 točkah).

### 3. naloga (40 točk)

a) Naj bosta  $a$  in  $b$  števili, za kateri velja  $\gcd(a, b) = 2$ . Koliko celoštevilskih rešitev  $(x, y \in \mathbb{Z})$  ima enačba  $ax + by = 2022$ ? Odgovor utemeljite.

b) Ali obstajata naravni števili  $a$  in  $b$ , za kateri velja  $\gcd(a, b) = 2^5$  in  $\text{lcm}(a, b) = 3^7$ ? Če je odgovor da, ju poiščite, sicer pa utemeljite, zakaj je odgovor ne.

c) Ali obstaja povezan graf  $G$ , ki zadošča  $\chi(G) = 2022$  in  $\Delta(G) = 2020$ ? Kot ponavadi nas zanimajo samo neusmerjeni grafi, ki nimajo zank ali večkratnih povezav. Če je odgovor da, navedite primer takega grafa, sicer pa utemeljite, zakaj je odgovor ne.

d) Rešite permutacijsko enačbo  $\varphi^2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 3 & 4 & 1 & 2 & 6 & 7 & 5 \end{pmatrix}$ .

---

Ime in priimek

**Diskretne strukture: izredni izpitni rok - teoretični del**

24. marec 2022

Čas pisanja je **30 minut**.

Za pozitivno oceno je potrebno zbrati **vsaj 50 točk**.

Pri tem je vsako **podvprašanje** vsake naloge **vredno 10 točk**.

Poskus prepisovanja, pogovarjanja, uporaba elektronskih pripomočkov so **strogo prepovedani**.

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Vpisna številka

1	
2	
3	
$\Sigma$	

**1. naloga (30 točk)**

a) Za vsakega od izjavnih izrazov  $p \Rightarrow p$  in  $p \Rightarrow p \Leftrightarrow p$  navedite, ali je tautologija. Odgovora utemeljite.

b) Naj bosta  $p$  in  $r$  izjavni spremenljivki. Ali obstaja izjavni izraz  $I(p)$ , tako da je izjavni izraz

$$I(p) \wedge r$$

tautologija? Če je odgovor da, navedite primer takega izjavnega izraza, sicer pa utemeljite, zakaj je odgovor ne.

c) Napišite preneksno normalno obliko izjavne formule

$$\forall x \neg \forall y : (\neg P(x) \vee Q(y)).$$

## 2. naloga (30 točk)

a) Dana je množica  $B = \{\emptyset, \{b\}, \{\{b, c\}\}, \{b, \{b, c\}\}\}$ . Ali je  $B$  potenčna množica neke množice  $A$ ? Če je odgovor da, navedite množico  $A$ , sicer pa utemeljite, zakaj je odgovor ne.

b) Dana je množica  $C = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ . Preslikava  $f : C \rightarrow C$  zadošča pogojem  $f(2) = 3$ ,  $f(4) = 1$  in  $f \circ f = \text{id}_C$ . Določite  $f(1)$ ,  $f(3)$ ,  $f(5)$ .

c) Relacija  $\mathcal{R}$  na množici grafov (neusmerjeni, brez zank in brez večkratnih povezav) je podana s predpisom

$$G \mathcal{R} H \quad \Leftrightarrow \quad |V(G)| = |V(H)| \quad \text{in} \quad ||E(G)| - |E(H)|| = 1.$$

Narišite 2 neizomorfna grafa, ki sta v relaciji  $\mathcal{R}$  z grafom  $P_4$  (pot na 4 točkah).

### 3. naloga (40 točk)

a) Naj bosta  $a$  in  $b$  števili, za kateri velja  $\gcd(a, b) = 4$ . Koliko celoštevilskih rešitev  $(x, y \in \mathbb{Z})$  ima enačba  $ax + by = 2022$ ? Odgovor utemeljite.

b) Ali obstajata naravni števili  $a$  in  $b$ , za kateri velja  $\gcd(a, b) = 2^5$  in  $\text{lcm}(a, b) = 5^6$ ? Če je odgovor da, ju poiščite, sicer pa utemeljite, zakaj je odgovor ne.

c) Ali obstaja povezan graf  $G$ , ki zadošča  $\chi(G) = 2022$  in  $\Delta(G) = 2021$ ? Kot ponavadi nas zanimajo samo neusmerjeni grafi, ki nimajo zank ali večkratnih povezav. Če je odgovor da, navedite primer takega grafa, sicer pa utemeljite, zakaj je odgovor ne.

d) Rešite permutacijsko enačbo  $\varphi^2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 5 & 3 & 2 & 6 & 1 & 7 & 4 \end{pmatrix}$ .



---

Ime in priimek

**Diskretne strukture: izredni izpitni rok - teoretični del**

24. marec 2022

Čas pisanja je **30 minut**.

Za pozitivno oceno je potrebno zbrati **vsaj 50 točk**.

Pri tem je vsako **podvprašanje** vsake naloge **vredno 10 točk**.

Poskus prepisovanja, pogovarjanja, uporaba elektronskih pripomočkov so **strogo prepovedani**.

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Vpisna številka

1	
2	
3	
$\Sigma$	

**1. naloga (30 točk)**

a) Ali je izjavni izraz  $p \Rightarrow p \vee p$  tautologija? Odgovor utemeljite.

b) Naj bosta  $p$  in  $r$  izjavni spremenljivki. Ali obstaja izjavni izraz  $I(p)$ , tako da je izjavni izraz

$$I(p) \Rightarrow r$$

tautologija? Če je odgovor da, navedite primer takega izjavnega izraza, sicer pa utemeljite, zakaj je odgovor ne.

c) Napišite preneksno normalno obliko izjavne formule

$$\exists x \neg \forall y : (P(x) \Rightarrow Q(y)).$$

## 2. naloga (30 točk)

a) Dana je množica  $B = \{\emptyset, \{c\}, \{\{c, e\}\}, \{c, \{c, e\}\}\}$ . Ali je  $B$  potenčna množica neke množice  $A$ ? Če je odgovor da, navedite množico  $A$ , sicer pa utemeljite, zakaj je odgovor ne.

b) Dana je množica  $C = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ . Preslikava  $f : C \rightarrow C$  zadošča pogojem  $f(3) = 4$ ,  $f(5) = 1$  in  $f \circ f = \text{id}_C$ . Določite  $f(1)$ ,  $f(2)$ ,  $f(4)$ .

c) Relacija  $\mathcal{R}$  na množici grafov (neusmerjeni, brez zank in brez večkratnih povezav) je podana s predpisom

$$G \mathcal{R} H \quad \Leftrightarrow \quad |V(G)| = |V(H)| \quad \text{in} \quad ||E(G)| - |E(H)|| = 3.$$

Narišite 2 neizomorfna grafa, ki sta v relaciji  $\mathcal{R}$  z grafom  $P_4$  (pot na 4 točkah).

### 3. naloga (40 točk)

a) Naj bosta  $a$  in  $b$  števili, za kateri velja  $\gcd(a, b) = 1011$ . Koliko celoštevilskih rešitev  $(x, y \in \mathbb{Z})$  ima enačba  $ax + by = 2022$ ? Odgovor utemeljite.

b) Ali obstajata naravni števili  $a$  in  $b$ , za kateri velja  $\gcd(a, b) = 7^3$  in  $\text{lcm}(a, b) = 3^7$ ? Če je odgovor da, ju poiščite, sicer pa utemeljite, zakaj je odgovor ne.

c) Ali obstaja povezan graf  $G$ , ki zadošča  $\chi(G) = 2023$  in  $\Delta(G) = 2022$ ? Kot ponavadi nas zanimajo samo neusmerjeni grafi, ki nimajo zank ali večkratnih povezav. Če je odgovor da, navedite primer takega grafa, sicer pa utemeljite, zakaj je odgovor ne.

d) Rešite permutacijsko enačbo  $\varphi^2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 2 & 3 & 1 & 6 & 7 & 4 & 5 \end{pmatrix}$ .