

Ime in priimek

Diskretne strukture: drugi izpit - teoretični del A

7. februar 2022

Čas pisanja je **30 minut**.

Za pozitivno oceno je potrebno zbrati **vsaj 50 točk**.

Pri tem je vsako **podvprašanje** vsake naloge **vredno 10 točk**.

Poskus prepisovanja, pogovarjanja, uporaba elektronskih pripomočkov so **strogo prepovedani**.

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Vpisna številka

1	
2	
3	
Σ	

1. naloga (40 točk)

a) Napišite primer naravnih števil a, b , za kateri velja $\gcd(a, b) = 2$ in $\text{lcm}(a, b) = 12$.

b) Napišite permutacijo α reda 6 na množici 6 točk, ki nima ciklične strukture $\mathcal{C}(\alpha) = [6]$.

c) Prepišite izjavno formulo

$$\exists x P(x, y) \Rightarrow \neg Q(x) \wedge R(y)$$

in dodajte oklepaje, ki nakazujejo prednostni red računanja.

d) Naj bo $\mathcal{D} = \{\text{rdeča, modra, oranžna}\}$ področje pogovora in $P, Q : \mathcal{D} \rightarrow \{0, 1\}$ predikata, podana z naslednjo tabelo:

x	$P(x)$	$Q(x)$
rdeča	1	1
modra	1	0
oranžna	0	0

Ali je formula

$$\forall x \exists y : (P(x) \wedge Q(y))$$

v zgornji interpretaciji resnična? Odgovor utemeljite.

2. naloga (30 točk)

Na množici študentov, ki so se udeležili izpita iz Diskretnih struktur, definiramo relaciji R in S :

$$xRy \Leftrightarrow x \text{ in } y \text{ sta dobila enako oceno,}$$

$$xSy \Leftrightarrow \text{Rezultat } x \text{ in } y \text{ se razlikuje za največ 1 točko.}$$

a) Določite ekvivalenčne razrede tiste izmed relacij R in S , ki je ekvivalenčna.

Opomba. Ni vam potrebno utemeljevati, da je relacija res ekvivalenčna.

b) Utemeljite, zakaj druga izmed relacij R in S ni ekvivalenčna.

c) Študent x je dosegel na izpitu 94, študent z pa 96 točk. Ali lahko z gotovostjo trdimo, da sta študenta x in z v relaciji S^2 ? Odgovor utemeljite.

3. naloga (30 točk)

Vsi grafi v tej nalogi naj imajo neusmerjene povezave, nimajo zank in nimajo večkratnih povezav.

a) Narišite dva neizomorfna grafa s 4 vozlišči, ki sta Hamiltonova, a nista Eulerjeva.

b) Razložite, kaj v Brooksovem izreku ne velja v primeru, ko je G lih cikel.

c) Naj bo G graf s 27 vozlišči in kromatičnim številom $\chi(G) = 2$. Ali je G lahko Hamiltonov? Če je odgovor da, napišite primer, sicer pa utemeljite, zakaj je odgovor ne.

Ime in priimek

Diskretne strukture: drugi izpit - teoretični del B

7. februar 2022

Čas pisanja je **30 minut**.

Za pozitivno oceno je potrebno zbrati **vsaj 50 točk**.

Pri tem je vsako **podvprašanje** vsake naloge **vredno 10 točk**.

Poskus prepisovanja, pogovarjanja, uporaba elektronskih pripomočkov so **strogo prepovedani**.

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Vpisna številka

1	
2	
3	
Σ	

1. naloga (40 točk)

a) Napišite primer naravnih števil a, b , za kateri velja $\gcd(a, b) = 2$ in $\text{lcm}(a, b) = 20$.

b) Napišite permutacijo α reda 6 na množici 5 točk.

c) Prepišite izjavno formulo

$$\forall x Q(x) \wedge \neg R(y) \Rightarrow P(x, y)$$

in dodajte oklepaje, ki nakazujejo prednostni red računanja.

d) Naj bo $\mathcal{D} = \{\text{rdeča, modra, oranžna}\}$ področje pogovora in $P, Q : \mathcal{D} \rightarrow \{0, 1\}$ predikata, podana z naslednjo tabelo:

x	$P(x)$	$Q(x)$
rdeča	1	1
modra	0	0
oranžna	0	1

Ali je formula

$$\exists x \forall y : (P(x) \vee Q(y))$$

v zgornji interpretaciji resnična? Odgovor utemeljite.

2. naloga (30 točk)

Na množici študentov, ki so se udeležili izpita iz Diskretnih struktur, definiramo relaciji R in S :

$xRy \Leftrightarrow$ Rezultat x in y se razlikuje za največ 1 točko.

$xSy \Leftrightarrow$ x in y sta dobila enako oceno.

a) Določite ekvivalenčne razrede tiste izmed relacij R in S , ki je ekvivalenčna.

Opomba. Ni vam potrebno utemeljevati, da je relacija res ekvivalenčna.

b) Utemeljite, zakaj druga izmed relacij R in S ni ekvivalenčna.

c) Študent x je dosegel na izpitu 86, študent z pa 88 točk. Ali lahko z gotovostjo trdimo, da sta študenta x in z v relaciji R^2 ? Odgovor utemeljite.

3. naloga (30 točk)

Vsi grafi v tej nalogi naj imajo neusmerjene povezave, nimajo zank in nimajo večkratnih povezav.

a) Narišite dva neizomorfna grafa s 5 vozlišči, ki sta Hamiltonova, a nista Eulerjeva.

b) Razložite, kaj v Brooksovem izreku ne velja v primeru, ko je G poln graf.

c) Naj bo G graf s 43 vozlišči in kromatičnim številom $\chi(G) = 2$. Ali je G lahko Hamiltonov? Če je odgovor da, napišite primer, sicer pa utemeljite, zakaj je odgovor ne.