

Ime in priimek

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Vpisna številka

Diskretne strukture: tretji računski izpit

7. september 2020

Čas pisanja je 70 minut. Dovoljena je uporaba 2 listov A4 formata s formulami. Uporaba elektronskih pripomočkov ni dovoljena.

Vse odgovore dobro utemelji!

1	
2	
3	
Σ	

1. naloga (35 točk)

Dane so izjavne formule:

$$A \equiv \forall x \exists y (\neg R(x) \Rightarrow S(x, y)),$$

$$B \equiv \neg \exists x \forall y (\neg R(x) \wedge \neg S(y, x)),$$

$$C \equiv \forall x \exists y (\neg R(x) \vee \neg S(x, y)).$$

a) (25 točk) Utemelji, da nobeni dve od zgornjih izjavnih formul ne tvorita enakovrednega para, tj. $A \not\sim B$, $A \not\sim C$ in $B \not\sim C$.

b) (10 točk) Ali postaneta formuli iz katerega od naštetih parov enakovredni, če za predikat S velja $S(x, y) = S(y, x)$, tj. $\forall x \forall y (S(x, y) \Leftrightarrow S(y, x))$?

2. naloga (30 točk)

Funkcije $f, g, h: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ so podane s predpisi $f(0) = 0$, $f(1) = 1$, $g(0) = 0$, $g(1) = 0$, $h(0) = 0$, $h(1) = 1$ ter za $n > 1$

$$\begin{aligned}f(n) &= \text{največji prafaktor števila } n, \\g(n) &= n - f(n), \\h(n) &= \frac{n}{f(n)}.\end{aligned}$$

Na primer, $f(36) = 3$ in $f(42) = 7$.

a) (5 točk) Izračunaj $g(n)$ in $h(n)$ za $n = 2, \dots, 9$.

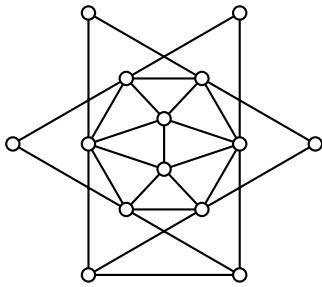
b) (5 točk) Ali je f injektivna? Ali je f surjektivna?

c) (5 točk) Za katere $n \in \mathbb{N}$ je rešljiva enačba $f(n) = n$?

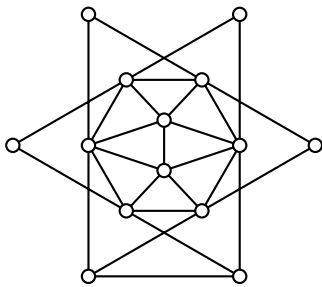
d) (15 točk) Koliko rešitev $n \in \mathbb{N}$ ima enačba $g(n) = h(n)$? (Namig: Piši $n = m \cdot p^\alpha$, kjer je $p = f(n)$.)

3. naloga (35 točk)

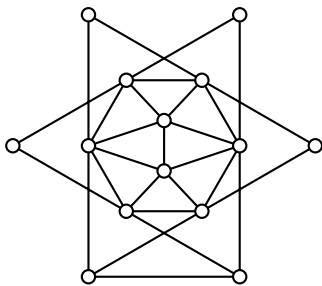
a) (5 točk) Ali je spodnji graf Eulerjev? Odgovor utemelji.



b) (5 točk) Ali je Hamiltonov? Odgovor utemelji.



c) (15 točk) Določi kromatično število spodnjega grafa.



d) (10 točk) Ali obstaja tako vozlišče u , da bo graf, ki ga dobimo, če grafu G odstranimo vozlišče u , dvodelen? Ali obstajata taki vozlišči u in v , da bo graf, ki ga dobimo, če grafu G odstranimo vozlišči u in v , dvodelen?

