

Ime in priimek: _____

Vpisna številka: _____

Izpit iz Osnov matematične analize 20. februar 2015

- Čas pisanja: **45 minut**
- Vse rezultate zapišite na ta papir, pomožni izračuni z utemeljitvijo morajo biti priloženi.
- Vsi deli nalog so enakovredni.
- Prepisovanje, pogovarjanje in uporaba knjig, zapiskov, prenosnega telefona in drugih pripomočkov je **strogo** prepovedano.

1. [20 točk] Kompleksna števila

- (a) Kaj je polarni zapis kompleksnega števila $z = x + iy$? Narišite sliko in napišite, kako se kartezični koordinati izražata s polarnima.
- (b) V kompleksni ravnini narišite število $-1 + i$ in ga zapišite v polarni obliki.
- (c) Zapišite v polarni obliki ter v zgornji koordinatni sistem narišite $\overline{-1 + i}$ in $i(-1 + i)$.
- (d) Zapišite vse rešitve enačbe $z^2 = -1 + i$ in jih narišite v nov koordinatni sistem.

2. [20 točk] Zaporedja in vrste

(a) Kdaj je zaporedje naraščajoče? Zapišite splošni člen zaporedja $(a_n)_n$, ki je naraščajoče in zaporedja $(b_n)_n$, ki ni naraščajoče.

(b) V katerem primeru je naraščajoče zaporedje konvergentno?

(c) Ali je vsako konvergentno zaporedje omejeno? Utemeljite ali zapišite protiprimer.

(d) Ali je vsako omejeno zaporedje konvergentno? Utemeljite ali zapišite protiprimer.

3. [15 točk] Funkcije

(a) Funkcija f je injektivna, če _____
_____.

(b) Skicirajte graf poljubne funkcije definirane na $\mathbb{R} \setminus \{1\}$, za katero velja

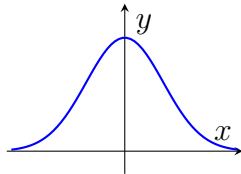
$$\lim_{x \nearrow 1} f(x) = 2, \quad \lim_{x \searrow 1} f(x) = -1, \quad \lim_{x \nearrow -1} f(x) = 2, \quad \lim_{x \searrow -1} f(x) = -1, \quad \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 0.$$

(c) V katerih točkah je funkcija iz točke (b) zvezna?

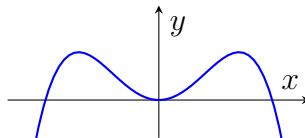
4. [25 točk] Odvod

(a) Zapišite definicijo odvoda funkcije f v točki a .

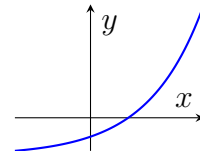
(b) Za funkcije $g, h, k: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ imamo podane grafe njihovih odvodov.



graf g'



graf h'



graf k'

Katere izmed funkcij g, h, k imajo lokalni maksimum? Odgovor utemeljite.

(c) Kaj je gradient funkcije dveh spremenljivk $f(x, y)$?

(d) Zapišite definicijo smernega odvoda $f_{\vec{v}}(x, y)$ funkcije f v točki $(1, 2)$ v smeri enotskega vektorja \vec{v} .

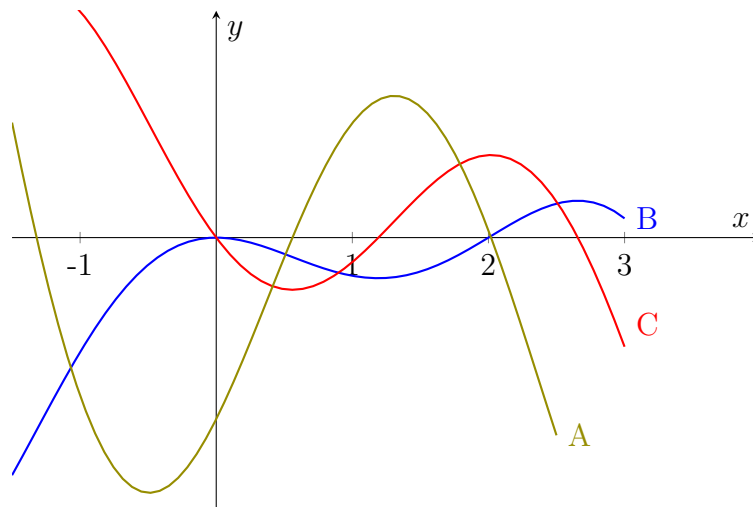
(e) Kako ugotovimo, ali se bo funkcijska vrednost $f(x, y)$ povečala ali zmanjšala, če se iz točke $(1, 2)$ za malo premaknemo v smeri enotskega vektorja \vec{e} .

5. [20 točk] Integral

(a) Definirajte nedoločeni integral zvezne funkcije f .

(b) Zapišite Newton-Leibnizovo formulo za računanje določenih integralov.

(c) Na spodnji sliki so narisani grafi funkcij $f(x)$, $y = f'(x)$ in $y = \int f(x) dx$. Zapišite, kateri od grafov A, B, C predstavlja katero od omenjenih funkcij.



Graf funkcije $y = f(x)$ je graf _____.

Graf funkcije $y = f'(x)$ je graf _____.

Graf funkcije $y = \int f(x) dx$ je graf _____.

(d) Za vsako od omenjenih treh funkcij iz točke (c) poiščite kak interval, na katerem je njen integral zagotovo pozitiven.