

Ime in priimek

---

**Osnove matematične analize: tretji popravni kolokvij**

19. avgust 2020

Čas pisanja je 60 minut. Dovoljena je uporaba 2 listov A4 formata s formulami. Uporaba elektronskih pripomočkov ni dovoljena.

**Vse odgovore dobro utemelji!**

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Vpisna številka

1	
2	
3	
4	
$\Sigma$	

**1. naloga (30 točk)**

V  $\mathbb{C}$  rešujemo enačbo

$$z^3 = -\sqrt{32} + \sqrt{32}i.$$

**a) (7 točk)** Zapiši desno stran enačbe v polarni obliki.

**b) (15 točk)** Poišči vse tri rešitve  $z_0$ ,  $z_1$  in  $z_2$  ter jih nariši v kompleksni ravnini.

**c) (8 točk)** Koliko je  $z_0 + z_1 + z_2$ ? (Namig: Odgovor lahko najdeš brez računanja!)

**2. naloga (35 točk)**

Zaporedje je podano s predpisom  $a_n = \frac{n-3}{n+1} + 5$  za  $n \in \mathbb{N}$ .

a) (4 točke) Izračunaj  $a_n$  za  $n = 0, 1, 2, 3$ .

b) (8 točk) Pokaži, da je  $a_n > 1$  za vse  $n \in \mathbb{N}$ .

c) (8 točk) Pokaži, da je  $a_n < 6$  za vse  $n \in \mathbb{N}$ .

d) (8 točk) Ali je zaporedje monotono?

e) (7 točk) Ali ima zaporedje limito? Zakaj oziroma zakaj ne? Če jo ima, jo izračunaj.

**3. naloga (35 točk)**

Naj bo  $f(x) = x^3 - 2x^2 + x$  in  $g(x) = cf(x)$  za nek  $c \in \mathbb{R}$ .

**a) (5 točk)** Poišči ničle funkcije  $f$  in približno skiciraj njen graf (razen ničel drugih lastnosti funkcije ni potrebno natančno določati).

**b) (10 točk)** Izračunaj ploščino omejenega območja med grafom funkcije  $f$  in abscisno osjo.

**c) (15 točk)** Izračunaj volumen vrtenine, ki jo dobimo, če zgornje omejeno območje zavrtimo okrog abscisne osi.

**d) (5 točk)** Določi  $c$  tako, da bo ploščina omejenega območja med grafom funkcije  $g$  in abscisno osjo enaka 1.