

Ime in priimek

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Vpisna številka

1	
2	
3	
4	
Σ	

Osnove matematične analize: prvi kolokvij

27. 11. 2019

Čas pisanja je 90 minut. Dovoljena je uporaba 2 listov A4 formata s formulami. Uporaba elektronskih pripomočkov ni dovoljena.

Vse odgovore dobro utemelji!

1. naloga (25 točk)

Z uporabo matematične indukcije utemelji, da za vsako naravno število $n \geq 2$ velja:

$$\log \left(1 - \frac{1}{2^2} \right) + \log \left(1 - \frac{1}{3^2} \right) + \cdots + \log \left(1 - \frac{1}{n^2} \right) = \log \frac{n+1}{2n}.$$

2. naloga (25 točk)

a) (12 točk) Poišči vsa kompleksna števila, ki rešijo spodnjo enačbo.

$$z^2 + z + 1 = 0.$$

b) (13 točk) Poišči vse rešitve enačbe

$$z^3 = -27i$$

in jih nariši v kompleksni ravnini.

3. naloga (25 točk)

Podano imamo zaporedje $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ s predpisom

$$a_n = \frac{n^2 + 3n + 7}{n^2 + 3n + 2}.$$

a) (5 točk) Izračunaj a_0 , a_1 , a_2 in limito njegovih členov.

b) (20 točk) Ali je katera izmed vrst

$$\sum_{k=0}^{\infty} a_k$$

oziroma

$$\sum_{k=0}^{\infty} (1 - a_k)$$

konvergentna? Odgovor utemelji. Če da, potem jo tudi seštej.

4. naloga (25 točk)

Ali lahko določimo konstanti a in b tako, da bo spodnja funkcija zvezna?

$$f(x) = \begin{cases} 3 \frac{\sin(ax)}{x}, & x < 0, \\ x^2 + b, & 0 \leq x \leq 1, \\ \frac{x^2 + x - 2}{x^2 - 1}, & x > 1. \end{cases}$$