

Osnove matematične analize

1. izpit

30. avgust 2012

Vsaka naloga je vredna 25 točk. Za 100% morate pravilno rešiti vse naloge. Čas pisanja je 45 minut. Uporaba pripomočkov (razen pisala) ni dovoljena. Odgovore **čitljivo** napišite v prostor pod vprašanji. Če prostora zmanjka, uporabite pomožni A3 list, vendar dobro označite, kje je odgovor.

1. Opišite postopek dokazovanja z matematično indukcijo:

Da dokažemo, da za vsako naravno število n velja neka trditev, moramo dokazati ...

Z matematično indukcijo dokažite naslednjo trditev: za vsak naravno število $n \in \mathbb{N}$ je $1^2 + 2^2 + \dots + n^2 = n(n+1)(2n+1)/6$.

2. (a) Zapišite definicijo odvoda funkcije $f(x)$ v točki a .

(b) Izračunajte odvod funkcije $f(x) = \sin(x^2)$.

(c) Zapišite še odvod funkcije $g(x) = x + \int_{\pi/2}^x \sin(t^2) dt$.

3. Za funkcijo $f(x) = xe^x$

- (a) ugotovite, ali je injektivna,
- (b) poiščite njeno zalogo vrednosti,
- (c) poiščite največjo in najmanjšo vrednost na intervalu $[-2, 0]$, če obstajata,
- (d) ugotovite, ali imata enačbi $f(x) = -1$ in $f(x) = -0.1$ kakšno rešitev na intervalu $[-2, 0]$.

4. Kaj je povprečna vrednost funkcije $f(x)$ na intervalu $[a, b]$?

Narišite graf funkcije $f(x) = |\cos x|$ in izračunajte njeno povprečno vrednost na intervalu $[-\pi, \pi]$.