1. Poišči parametrizacije naslednjih implicitno podanih ravninskih krivulj:

   (a) $x^2 - y = 0$

   (b) $x = f(y)$, kjer je $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ zvezna funkcija,

   (c) $(x-p)^2 + (y-q)^2 = r^2$ za fiksne $p, q, r \in \mathbb{R}$,

   (d) $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$.

2. Parametrizaciji

$$\begin{aligned} &\mathbf{p}_1(t) = (\cos t, \sin t, t) \\ \text{in} \quad &\mathbf{p}_2(t) = (\sin t, \cos t, t) \end{aligned}$$

   opisujeta dve vijačnici v $\mathbb{R}^3$.

   Poišči točke, v katerih se ti dve vijačnici sekata. Kolikšen je kot med obema krivuljama v teh presečiščih?

3. Poišči parametrizaciji *epicikloide* in *hipocikloide*, krivulje, ki jo opiše točka na robu manjšega kroga s polmerom r, ko se kotali po zunanjosti/notranjosti krožnice z večjim polmerom R.

4. **Presečišča dveh ravninskih lomljenk.** Ugotovi, kdaj se daljici $\overline{A_1A_2}$ med točkama $A_1(x_1, y_1)$ in $A_2(x_2, y_2)$ ter $\overline{B_1B_2}$ med točkama $B_1(u_1, v_1)$ in $B_2(u_2, v_2)$ sekata.

   Napiši funkcijo `P = presecisce(A, B)` v octave-u, ki vrne presečišče $P(s,t)$, če se daljici sekata, oziroma 'prazno matriko', če se ne sekata. Pri tem daljici podamo kar z matrikama

$$A = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 \\ y_1 & y_2 \end{bmatrix} \text{ in } B = \begin{bmatrix} u_1 & u_2 \\ v_1 & v_2 \end{bmatrix}.$$

   Lomljenki K in L podamo z zaporedjem točk $A_1, A_2, \ldots, A_k$ in $B_1, B_2, \ldots, B_\ell$. (Lomljenka K je torej krivulja, ki je unija daljic $\overline{A_1A_2}, \overline{A_2A_3}, \ldots, \overline{A_{k-1}A_k}$.) Napiši funkcijo `P = presecisca(A, B)`, ki vrne vsa presečišča lomljenk K in L. Podatke spet predstavimo z matrikami:

$$A = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 & \cdots & x_k \\ y_1 & y_2 & \cdots & y_k \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} u_1 & u_2 & \cdots & u_\ell \\ v_1 & v_2 & \cdots & v_\ell \end{bmatrix} \text{ in } P = \begin{bmatrix} s_1 & s_2 & \cdots & s_m \\ t_1 & t_2 & \cdots & t_m \end{bmatrix}.$$

   V obe funkciji vključi ustrezne teste!

5. **Presečišča dveh parametrično podanih ravninskih krivulj.** Imamo krivulji K in L v ravnini $\mathbb{R}^2$. Poiskati želimo vse točke, v katerih se ti dve krivulji sekata. Naj bosta $\mathbf{p}(t)$ in $\mathbf{q}(t)$ pripadajoči parametrizaciji, prva na intervalu $I = [a, b]$, druga na intervalu $J = [c, d]$.

   Presečišča poišči z naslednjim postopkom:

   (a) Intervala I in J razdeli na poditervale dolžine h, kjer je $h > 0$ primerno majhen.

(b) Krivulji K in L aproksimiraj z lomljenkama K' in L', kjer so zaporedne točke na lomljenki ravno vrednosti parametrizacije v izbranih delilnih točkah intervala I oziroma J. Poišči presečišča teh lomljenk.

(c) Iz presečišč lomljenk izračunaj približka za vrednosti parametrov, pri katerih se K in L sekata. Ta približka uporabi kot začetni približek za Newtonovo iteracijo, da poiščeš (precej) bolj natančne koordinate presečišč.

Za Newtonovo iteracijo boš potreboval tudi odvoda parametrizacij, $\dot{\mathbf{p}}$ in $\dot{\mathbf{q}}$. Napiši funkcijo `P = presekKrivulj(p, pdot, intp, q, qdot, intq, h)`, ki poišče presečišča P krivulj z danima parametrizacijama.