

### 3. izpit iz Matematičnega modeliranja

25. 8. 2017

1. Krivulja v polarnih koordinatah je podana s predpisom

$$r(\varphi) = 2 + \cos(2\varphi).$$

- (a) Skicirajte krivuljo.  
(b) Izračunajte ploščino območja, ki leži znotraj krivulje in izven kroga s središčem v koordinatnem izhodišču in polmerom 2.
2. Določite Moore-Penroseov inverz matrike

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & -1 \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

in z njegovo pomočjo določite vse posplošene inverze matrike  $A$ .

3. Vsako od dveh stikal je na posamezen dan vključeno ali izključeno. Dne  $n$  je vsako stikalo vključeno z verjetnostjo

$$\frac{1 + \text{število vključenih stikal dne } (n - 1)}{4},$$

neodvisno od drugega stikala.

Naj bo  $X_1, X_2, \dots$  markovska veriga s stanji  $s_0, s_1$  in  $s_2$ , kjer stanje  $s_i$  pomeni  $i$  vključenih stikal.

- (a) Zapišite matriko prehodov stanj markovske verige  $X_i$ .  
(b) Koliko je verjetnost, da bo po zelo zelo dolgem času prižgano natanko eno stikalo?
4. Iščemo rešitev začetnega problema

$$x'' + 5x' + 4x = 0; \quad x(0) = 3 \quad \text{in} \quad x'(0) = -5.$$

- (a) Diferencialno enačbo zapišite kot sistem diferencialnih enačb prvega reda. Zapišite tudi ustrezne začetne pogoje.  
(b) Poiščite rešitev začetnega problema.