

Izpit iz Matematičnega modeliranja

6. 7. 2016

1. (a) Prepričajte se: če je AA^T obrnljiva matrika, potem je matrika $A^T(AA^T)^{-1}$ Moore–Penroseov inverz matrike A .
- (b) Poiščite točko, ki leži na presečišču ravnin $x + y + z = 0$ in $x - y = 1$ in je najbližja koordinatnemu izhodišču:
 - i. zapišite matriko sistema enačb obeh ravnin in poiščite njen Moore–Penroseov inverz,
 - ii. med vsemi točkami $[x, y, z]^T \in \mathbb{R}^3$, ki sistemu zadoščajo, poiščite tisto, ki je najbližje koordinatnemu izhodišču.
2. V Bohinju, kjer, kot pravijo, ima dež mlade, je v nekem zimskem mesecu vremenska napoved za naslednji dan vsak dan enaka:
 - Če je vreme danes lepo, bo jutri zagotovo slabo in bo z enako verjetnostjo padal dež ali sneg.
 - Če je danes dež ali sneg, bo jutri enako vreme z verjetnostjo $1/2$ ali pa se bo z verjetnostjo $1/2$ spremenilo.
 - Če je danes dež ali sneg in se bo vreme jutri spremenilo, bo z enako verjetnostjo slabo ali lepo.
 - (a) Zapišite prehodno matriko P markovske verige, ki opisuje vreme v tem mesecu v Bohinju.
 - (b) Dve izmed lastnih vrednosti matrike P sta $1/4$ in $-1/4$. Kaj lahko poveste o preostalih lastnih vrednostih?
 - (c) S kakšno verjetnostjo bo na zadnji dan v mesecu vreme lepo? Privzamete lahko, da je stanje na zadnji dan že limitno stanje markovske verige.
3. Na ploskvi s parametrizacijo $\mathbf{r}(u, v) = [u + v, u - v, uv]^T$
 - (a) poščite koordinatni krivulji skozi točko s parametroma $u = 1$ in $v = 1$,
 - (b) izračunajte dolžino loka koordinatne krivulje z $u = 1$ med točkama z $v = 1$ in $v = 2$,
 - (c) zapišite enačbo tangentne ravnine na ploskev v točki z $u = 1$ in $v = 1$.
4. Utež z maso $m = 1$ kg, ki je pripeta na vzmet, zmaknemo iz mirovne lege za $x_0 = 0.1$ m in spustimo. Enačba gibanja uteži je $\ddot{x} + 2\dot{x} + 2x = 0$.
 - (a) Poiščite funkcijo $x(t)$, ki opisuje gibanje uteži.
 - (b) Koliko daleč od mirovne lege bo utež ob času $t = \pi/2$?
 - (c) Ali bo utež zanihala?