

# Izpit iz Matematičnega modeliranja

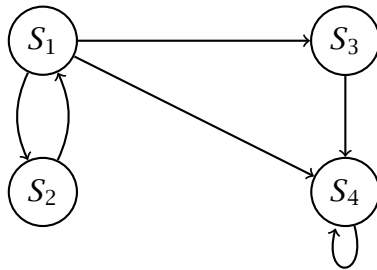
17. 6. 2015

1. Določite Moore-Penroseov inverz matrike

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

in z njegovo pomočjo določite vse posplošene inverze matrike  $A$ .

2. Naj ima markovska veriga spodnji diagram prehodov med stanji. Pri tem gremo iz vsakega stanja po povezavah iz nje z enakimi verjetnostmi.



- Za vsako od stanj  $S_1, S_2, S_3, S_4$  določite, ali je prehodno ali povratno.
- Določite matriko prehoda stanj.
- Pokažite, da ima markovska veriga limitno stanje.
- Denimo, da začnemo v stanju  $S_1$ . Določite pričakovano število korakov, ki jih markovska veriga opravi preden pristane v stanju  $S_4$ .

3. Krivulji sta podani v polarnih koordinatah s predpisoma

$$r_1(\varphi) = \sin \varphi \text{ in } r_2(\varphi) = 1 - \sin \varphi.$$

- Poiščite njuni presečišči.
- Zapišite enačbi obeh tangent v tistem presečišču, ki leži v desni polravnini.
- Krivulji skicirajte.

4. Diferencialno enačbo 2. reda  $\ddot{x} + 3\dot{x} + 2x = 0$

- zapišite v obliki sistema diferencialnih enačb 1. reda in jo rešite (poščite splošno rešitev),
- poiščite lastne smeri in skicirajte njeno fazno sliko.
- Kakšna stacionarna točka je točka  $(0, 0)$ ?