

# Izpit iz Matematičnega modeliranja

9. 9. 2013

1. Podana je matrika  $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 & -11 \\ 3 & 2 & 1 & 7 \\ 5 & 3 & 1 & -4 \end{bmatrix}$ .

- (a) Določite vsaj en posplošen inverz matrike  $A$   
(b) Prepričajte se, da je sistem

$$Ax = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

rešljiv in s pomočjo točke (a) določite vse rešitve tega sistema.

2. Denimo, da imate v mreži veliko število računalnikov, med katerimi se začne prenašati najnovejši virus, ki lahko trajno poškoduje tudi strojno opremo. Virus se hitro širi in zanj še nimate primerne rešitve. Vsak dan se z virusom okuži polovica računalnikov, ki prejšnji dan še niso bili okuženi, in vsak dan četrtnina okuženih računalnikov preneha delovati.

- (a) Zapišite matriko prehodov stanj markovske verige, ki je določena s širjenjem računalniškega virusa.  
(b) Pokažite, da obstaja limitno stanje markovske verige.  
(c) Po koliko dneh lahko pričakujete, da ne boste v vaši mreži imeli več delujočega računalnika?

3. Krivulja v ravnini je parametrizirana kot

$$x(t) = t^2 - 1 \quad \text{in} \quad y(t) = t^3 - t^2 - t + 1.$$

- (a) Zapišite enačbi obeh tangent na krivuljo v koordinatnem izhodišču.  
(b) Skicirajte krivuljo.  
(c) Izračunajte ploščino zanke, ki jo opiše krivulja.

4. Pokažite, da je

$$x = (t - 1)^2$$

rešitev diferencialne enačbe

$$x'' + x' = t.$$

Poiščite splošno rešitev zgornje diferencialne enačbe in rešitev, za katero velja  $x(0) = 1$  in  $x'(0) = 0$ .