

1. Izpit - Numerične metode

2.2.2012

1. Rešujemo enačbo

$$x = \log(x) + \frac{3}{2}.$$

- (a) Pokaži, da ima ta enačba dve realni rešitvi, ena na intervalu $[0, 1]$ in druga na intervalu $[2, 3]$.
- (b) Izračunaj rešitev na intervalu $[2, 3]$ s pomočjo navadne iteracije z začetnim približkom $x_0 = 2$ na 2 decimalni mesti natančno.
- (c) Izračunaj rešitev na intervalu $[0, 1]$ z Newtonovo metodo z začetnim približkom $x_0 = 0.5$ na 3 decimalna mesta. Ali veš zakaj te ničle ne bi mogli izračunati s pomočjo navadne iteracije?

2. Radi bi računali integrale po Gaussovi funkciji po približni formuli

$$\int_0^{\infty} f(x)e^{-x^2/2}dx = af(0) + bf(c),$$

kjer so a , b in c neznanke, ki jih je potrebno določiti. Vemo, da velja

$$\begin{aligned}\int_0^{\infty} e^{-x^2/2}dx &= \sqrt{\frac{\pi}{2}} \\ \int_0^{\infty} xe^{-x^2/2}dx &= 1 \\ \int_0^{\infty} x^2e^{-x^2/2}dx &= \sqrt{\frac{\pi}{2}}.\end{aligned}$$

- (a) Zapiši pogoje za a , b in c , da bo zgornja približna formula natančna za polinome do stopnje 2.
- (b) Reši sistem enačb, ki si ga dobil v prejšnji točki.
- (c) S pomočjo dobljene formule približno izračunaj integral

$$\int_0^{\infty} \sin(x)e^{-x^2/2}dx.$$

Kolikšna je napaka, če veš, da je ta integral približno enak 0.724778?