4. naloga (25 točk)

Zaporedje je podano rekurzivno s formulo

$$a_n = 2a_{n-1} + 3a_{n-2}$$

in začetnima členoma $a_0 = 0$ in $a_1 = 8$.

a) (5) Rekurzivno formulo najprej napiši v matrični obliki $\mathbf{x}_n = A \cdot \mathbf{x}_{n-1}$, kjer je $\mathbf{x}_n = [a_n, a_{n-1}]^\mathsf{T}$.

b) (10) Poišči lastne vrednosti in pripadajoče lastne vektorje matrike A.

c) (10) Začetni vektor $\mathbf{x}_1 = [a_1, a_0]^\mathsf{T} = [8, 0]^\mathsf{T}$ razvij po lastni bazi matrike A in poišči eksplicitno formulo za a_n.

Ime in priimek

Vpisna številka

1	
2	
3	
4	
Σ	

Linearna algebra: računski izpit

03. junij 2022

Čas pisanja: 90 minut. Dovoljena je uporaba dveh listov velikosti A4 z obrazci. Uporaba elektronskih pripomočkov ni dovoljena. Rezultati bodo objavljeni na *ucilnica.fri.uni-lj.si*. **Vse odgovore dobro utemelji!**

1. naloga (25 točk)

Točke $A(5,2,1), B(1,0,1)$ in $C(3,5,5)$ določajo ravnino Σ. Premica p pa je dana z enačbo

$$\frac{1-x}{2} = 2 - y = z - 1.$$

a) (9) Poišči enačbo ravnine Σ.

b) (9) Poišči koordinate točke P, v kateri se ravnina Σ in premica p sekata.

c) (7) Naj bo A točka s koordinatami $(1,2,1)$. Ali leži točka A na ravnini Σ? Če ne, poišči točko A', ki leži na ravnini Σ in je hkrati najbližja točki A.

2. naloga (25 točk)

Dani sta matriki

$$A = \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & -4 \end{bmatrix} \qquad \text{ter} \qquad B = \begin{bmatrix} 4 & -1 & -1 \\ 1 & 2 & -2 \\ 0 & 1 & 4 \end{bmatrix}.$$

Reši matrično enačbo $A + XB = 3X$.

3. naloga (25 točk)

Naj bo preslikava $\mathcal{F}\colon \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^3$ podana s predpisom

$$\mathcal{F}([x_1, x_2, x_3, x_4]^\mathsf{T}) = [x_1 + x_2, x_3 + x_4, x_1 + x_3]^\mathsf{T}.$$

a) (10) Pokaži, da je $\mathcal{F}$ linearna preslikava.

b) (8) Poišči matriko, ki pripada $\mathcal{F}$ v standardnih bazah prostorov $\mathbb{R}^4$ in $\mathbb{R}^3$.

c) (7) Poišči bazo za $\ker \mathcal{F}$. Ali je $\mathcal{F}$ bijekcija?