

Linearna algebra: 1. popravni kolokvij

7. september 2018

Čas pisanja je 90 minut. Vse naloge so enakovredne.

Dovoljena je uporaba dveh listov velikost A4 z obrazci. Uporaba elektronskih pripomočkov ni dovoljena. Rezultati bodo objavljeni na *ucilnica.fri.uni-lj.si*.

Vse odgovore dobro utemelji!

1	
2	
3	
4	
Σ	

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Vpisna številka

Ime in priimek

1. naloga (25 točk)

Oglišča tetraedra $ABCD$ so podana s koordinatami $A(1, 1, 1)$, $B(3, -1, 1)$, $C(2, 1, -1)$ $D(7, 4, 1)$

Določi enačbo ravnine Σ , ki vsebuje ploskev ABC .

Določi enačbo premice p , ki vsebuje točko D in je pravoktna na ploskev ABC .

Poišči presečišče ravnine Σ in premice p .

Izračunaj prostornino tetraedra $ABCD$.

2. naloga (25 točk)

Reši matrično enačbo

$$AX + 2I = X + B$$

kjer je

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 0 \\ 3 & -2 & 3 \\ -1 & 3 & -1 \end{bmatrix}$$

3. naloga (25 točk)

Dana je matrika

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Poišči ortonormirano bazo za stolpčni prostor $C(A)$.

Poišči ortonormirano bazo za ortogonalni komplement $C(A)^\perp$.

Naj bo $\mathbf{a} = [1, 1, 1, -1]^\top$. Poišči taka vektorja $\mathbf{b}, \mathbf{c} \in \mathbb{R}^4$, da bo

$$\mathbf{a} = \mathbf{b} + \mathbf{c}$$

pri tem pa $\mathbf{b} \in C(A)$ in $\mathbf{c} \in C(A)^\perp$. Ali sta takšna vektorja \mathbf{b} in \mathbf{c} enolično določena?

4. naloga (25 točk)

Dana je matrika

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & -2 \\ 2 & -1 & 2 \\ -1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Izračunaj lastne vrednosti in lastne vektorje matrike A .

Ali je mogoče matriko A diagonalizirati?

Izračunaj A^{2018} .