

# 3. popravni kolokvij iz Linearne algebre

(Ljubljana, 1. 9. 2015)

Čas reševanja je 90 minut. Naloge so enakovredne. Dovoljena je uporaba dveh A4 listov s formulami. Rezultati bodo objavljeni na strani [ucilnica.fri.uni-lj.si](http://ucilnica.fri.uni-lj.si).

**Vse odgovore dobro utemelji!**

1. Podane so tri točke:  $A(3, 2, 1)$ ,  $B(5, 3, 3)$  in  $C(4, 1, 5)$ .

- (a) Določi koordinate točke  $D$  tako, da bo lik  $ABCD$  pravokotnik.
- (b) Poišči enačbo premice  $p$ , na kateri leži diagonala  $BD$  pravokotnika  $ABCD$ .
- (c) Poišči enačbo ravnine  $\Sigma$ , ki je pravokotna na premico  $p$  in vsebuje točko  $A$ .

2. Podana je matrika

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}.$$

- (a) Poišči ortonormirano bazo stolpčnega prostora matrike  $A$ .
- (b) Določi pravokotno projekcijo vektorja  $\mathbf{a} = [-1, 1, 2]^T$  na stolpčni prostor matrike  $A$ .

3. Podana sta vektorja  $\mathbf{a} = [-3, 2, 1]^T$  in  $\mathbf{b} = [1, 2, 3]^T$ .

- (a) Naj bo  $\mathcal{U} := \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^3 : \mathbf{a} \cdot \mathbf{x} = \mathbf{b} \cdot \mathbf{x}\}$ . Ali je  $\mathcal{U}$  vektorski podprostor v  $\mathbb{R}^3$ ?  
*Odgovor utemelji!*
- (b) Določite matriko  $A$ , da bo  $\mathcal{U}$  stolpčni prostor  $A$ , tj.  $\mathcal{U} = C(A)$ . Kolikšna je dimenzija  $\mathcal{U}$ ? Ali je matrika  $A$  enolično določena?

4. Zaporedje  $a_n$  je podano z rekurzivno formulo

$$a_n = 2a_{n-2} - a_{n-1}$$

in začetnima členoma  $a_0 = 0$  in  $a_1 = 1$ . Zapiši splošno formulo za zaporedje  $a_n$ .

**Vse odgovore dobro utemelji!**

# 3. popravni kolokvij iz Linearne algebre

(Ljubljana, 1. 9. 2015)

Čas reševanja je 90 minut. Naloge so enakovredne. Dovoljena je uporaba dveh A4 listov s formulami. Rezultati bodo objavljeni na strani [ucilnica.fri.uni-lj.si](http://ucilnica.fri.uni-lj.si).

**Vse odgovore dobro utemelji!**

1. Podane so tri točke:  $A(3, 2, 1)$ ,  $B(5, 3, 3)$  in  $C(4, 1, 5)$ .

- (a) Določi koordinate točke  $D$  tako, da bo lik  $ABCD$  pravokotnik.
- (b) Poišči enačbo premice  $p$ , na kateri leži diagonala  $BD$  pravokotnika  $ABCD$ .
- (c) Poišči enačbo ravnine  $\Sigma$ , ki je pravokotna na premico  $p$  in vsebuje točko  $A$ .

2. Podana je matrika

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}.$$

- (a) Poišči ortonormirano bazo stolpčnega prostora matrike  $A$ .
- (b) Določi pravokotno projekcijo vektorja  $\mathbf{a} = [-1, 1, 2]^T$  na stolpčni prostor matrike  $A$ .

3. Podana sta vektorja  $\mathbf{a} = [-3, 2, 1]^T$  in  $\mathbf{b} = [1, 2, 3]^T$ .

- (a) Naj bo  $\mathcal{U} := \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^3 : \mathbf{a} \cdot \mathbf{x} = \mathbf{b} \cdot \mathbf{x}\}$ . Ali je  $\mathcal{U}$  vektorski podprostor v  $\mathbb{R}^3$ ?  
*Odgovor utemelji!*
- (b) Določite matriko  $A$ , da bo  $\mathcal{U}$  stolpčni prostor  $A$ , tj.  $\mathcal{U} = C(A)$ . Kolikšna je dimenzija  $\mathcal{U}$ ? Ali je matrika  $A$  enolično določena?

4. Zaporedje  $a_n$  je podano z rekurzivno formulo

$$a_n = 2a_{n-2} - a_{n-1}$$

in začetnima členoma  $a_0 = 0$  in  $a_1 = 1$ . Zapiši splošno formulo za zaporedje  $a_n$ .

**Vse odgovore dobro utemelji!**