

3. popravni kolokvij iz Linearne algebre (Ljubljana, 12. 9. 2012)

Čas reševanja je 90 minut. Naloge so enakovredne. Dovoljena je uporaba dveh A4 listov s formulami. Rezultati bodo objavljeni na strani ucilnica.fri.uni-lj.si.

Vse odgovore dobro utemelji!

1. Prezrcali premico

$$p : x = y - 2 = \frac{z - 1}{2}$$

čez ravnino Ξ , ki jo določajo točke $A(2, 0, -1)$, $B(1, 4, 1)$ ter $C(2, -3, -2)$.

2. Poišči tako matriko X , da bo veljalo

$$AXB = A + B,$$

če sta A in B matriki

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 3 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{in} \quad B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

3. Naj bo $U \subseteq \mathbb{R}^5$ linearna lupina vektorjev

$$\mathbf{u}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{u}_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{u}_3 = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 2 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{u}_4 = \begin{bmatrix} -1 \\ -4 \\ 3 \\ 7 \\ 3 \end{bmatrix} \quad \text{in} \quad \mathbf{u}_5 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}.$$

(a) Poišči bazo in določi dimenzijo U .

(b) Poišči še ortonormirano bazo za U .

4. Dana je matrika

$$C = \begin{bmatrix} 4 & 0 & 0 \\ -4 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 4 \end{bmatrix}.$$

(a) Poišči vse lastne vrednosti in pripadajoče lastne vektorje matrike C .

(b) Če obstaja, poišči tak *neničeln* vektor $\mathbf{v} \in \mathbb{R}^3$, da bo veljalo $\|C\mathbf{v}\| \geq 3\|\mathbf{v}\|$, tj. vektor $\mathbf{v} \neq \mathbf{0}$, da bo $C\mathbf{v}$ vsaj 3-krat daljši vektor.

Vse odgovore dobro utemelji!