

1. popravni kolokvij iz Linearne algebre

(Ljubljana, 9. 6. 2014)

Čas reševanja je 90 minut. Naloge so enakovredne. Dovoljena je uporaba dveh A4 listov s formulami. Rezultati bodo objavljeni na strani učilnica.fri.uni-lj.si.

Vse odgovore dobro utemelji!

1. Premica p gre skozi točko $A(2, 1, 2)$ in ima smerni vektor $\mathbf{e} = [1, 1, 1]^T$. Naj bo Σ ravnina, ki vsebuje premico p in točko $B(1, 2, 1)$.

(a) Zapiši kanonsko enačbo premice p .

(b) Poišči enačbo ravnine Σ .

2. Dana je matrika A in vektorja \mathbf{b}_1 ter \mathbf{b}_2 :

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 3 & -2 \\ 1 & -1 & 0 & -1 & 2 \\ 2 & -1 & 1 & 3 & -1 \\ 1 & 0 & 1 & 2 & -1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b}_1 = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b}_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 4 \\ 3 \end{bmatrix}.$$

(a) Ali obstaja vektor \mathbf{x}_1 , da je $A\mathbf{x}_1 = \mathbf{b}_1$? Ali obstaja vektor \mathbf{x}_2 , da je $A\mathbf{x}_2 = \mathbf{b}_2$?

(b) Poišči vse rešitve sistemov $A\mathbf{x} = \mathbf{b}_1$ ter $A\mathbf{x} = \mathbf{b}_2$.

3. Dana je matrika

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

Poišči ortonormirani bazi za stolpčni prostor matrike B in njegov ortogonalni komplement, tj. ortonormirani bazi za podprostora $C(B)$ in $C(B)^\perp$.

4. Dana je matrika

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

(a) Poišči lastne vrednosti in pripadajoče lastne vektorje matrike A .

(b) Poišči diagonalno matriko Λ in obrnljivo matriko S , da bo $A = S\Lambda S^{-1}$.

(c) Poišči diagonalno matriko Λ in ortogonalno matriko Q , da bo $A = Q\Lambda Q^T$.

Vse odgovore dobro utemelji!