

# 1. popravni kolokvij iz Linearne algebre

(Ljubljana, 10. 6. 2013)

Čas reševanja je 90 minut. Naloge so enakovredne. Dovoljena je uporaba dveh A4 listov s formulami. Rezultati bodo objavljeni na strani učilnica.fri.uni-lj.si.

**Vse odgovore dobro utemelji!**

1. Ravnina  $\Sigma$  v  $\mathbb{R}^3$  je dana z enačbo

$$2x - y - 2z = 3,$$

premica  $p$  pa gre skozi točki  $A(1, -1, 1)$  in  $B(2, 0, 1)$ . Določi enačbo ravnine  $\Omega$ , ki vsebuje premico  $p$  in je pravokotna na ravnino  $\Sigma$ .

2. V  $\mathbb{R}^4$  so dani vektorji

$$\mathbf{u}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{u}_2 = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{u}_3 = \begin{bmatrix} 3 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{u}_4 = \begin{bmatrix} 3 \\ -1 \\ 3 \\ 2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{u}_5 = \begin{bmatrix} -2 \\ 2 \\ -1 \\ -1 \end{bmatrix}.$$

- (a) Ali so vektorji  $\mathbf{u}_1, \dots, \mathbf{u}_5$  linearno neodvisni?
- (b) Naj bo  $U \subseteq \mathbb{R}^4$  linearna lupina  $\mathbf{u}_1, \dots, \mathbf{u}_5$ . Poišči bazo in dimenzijo  $U$ .
- (c) Določi dimenzijo  $U^\perp$  (ortogonalnega komplementa  $U$ ).

3. Naj bo  $T$  matrika,  $\mathbf{b}$  pa vektor:

$$T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{in} \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

Poišči pravokotno projekcijo vektorja  $\mathbf{b}$  na stolpčni prostor  $C(T)$  matrike  $T$ .

4. Dana je matrika

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & -2 \\ 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}.$$

- (a) Poišči lastne vrednosti in pripadajoče lastne vektorje matrike  $A$ .
- (b) Poišči diagonalno matriko  $D$  in obrnljivo matriko  $P$ , da bo  $A = PDP^{-1}$ .
- (c) Izračunaj  $A^{2013}$ .

**Vse odgovore dobro utemelji!**