

## 2. kolokvij iz Linearne algebre (Ljubljana, 10. 6. 2011)

Čas reševanja je 90 minut. Naloge so enakovredne. Rezultati bodo objavljeni na strani *ucilnica.fri.uni-lj.si*.

**Vse odgovore dobro utemelji!**

1. Dana sta matrika  $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$  in vektor  $b = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}$ .

- (a) Poišči vektor  $b' \in C(A)$ , ki je najbližji vektorju  $b$ .
- (b) Reši sistem  $Ax = b'$ .
- (c) Poišči projekcijsko matriko, ki projicira na  $C(A)$ .
- (d) Poišči projekcijsko matriko, ki projicira na  $N(A)$ .

2. Dani so vektorji:

$$v_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}, v_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \text{ in } v_3 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix} \text{ v } \mathbb{R}^4.$$

Poišči ortonormirano bazo linearne ogrinjače  $\mathcal{L}\{v_1, v_2, v_3\}$  in izrazi vektor  $v_2 + v_3$  v tej bazi.

3. Izračunaj determinanto

$$\det(A) = \begin{vmatrix} 3 & 2 & -1 & -2 \\ 2 & 3 & 0 & -1 \\ 2 & -2 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & -2 & 0 \end{vmatrix}.$$

4. Dana je matrika

$$B = \begin{bmatrix} -5 & 5 & -6 \\ -2 & t-1 & -6 \\ -1 & 1 & -t \end{bmatrix}.$$

- (a) Najdi vse take  $t$ , da bo determinanta matrike  $B$  enaka 0.
- (b) Določi tak  $t$ , da bo  $x = [2, 2, t-2]^T$  lastni vektor matrike  $B$  in najdi pripadajočo lastno vrednost. Za dobljeni  $t$  poišči še ostale lastne vrednosti in lastne vektorje. Ali lahko matriko  $B$  diagonaliziramo?

Namig: Kakšna je zveza med lastnimi vrednostmi in sledjo matrike?

## 2. kolokvij iz Linearne algebre (Ljubljana, 10. 6. 2011)

Čas reševanja je 90 minut. Naloge so enakovredne. Rezultati bodo objavljeni na strani *ucilnica.fri.uni-lj.si*.

**Vse odgovore dobro utemelji!**

1. Dana sta matrika  $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$  in vektor  $b = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}$ .

- (a) Poišči vektor  $b' \in C(A)$ , ki je najbližji vektorju  $b$ .
- (b) Reši sistem  $Ax = b'$ .
- (c) Poišči projekcijsko matriko, ki projicira na  $C(A)$ .
- (d) Poišči projekcijsko matriko, ki projicira na  $N(A)$ .

2. Dani so vektorji:

$$v_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}, v_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \text{ in } v_3 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix} \text{ v } \mathbb{R}^4.$$

Poišči ortonormirano bazo linearne ogrinjače  $\mathcal{L}\{v_1, v_2, v_3\}$  in izrazi vektor  $v_2 + v_3$  v tej bazi.

3. Izračunaj determinanto

$$\det(A) = \begin{vmatrix} 3 & 2 & -1 & -2 \\ 2 & 3 & 0 & -1 \\ 2 & -2 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & -2 & 0 \end{vmatrix}.$$

4. Dana je matrika

$$B = \begin{bmatrix} -5 & 5 & -6 \\ -2 & t-1 & -6 \\ -1 & 1 & -t \end{bmatrix}.$$

- (a) Najdi vse take  $t$ , da bo determinanta matrike  $B$  enaka 0.
- (b) Določi tak  $t$ , da bo  $x = [2, 2, t-2]^T$  lastni vektor matrike  $B$  in najdi pripadajočo lastno vrednost. Za dobljeni  $t$  poišči še ostale lastne vrednosti in lastne vektorje. Ali lahko matriko  $B$  diagonaliziramo?

Namig: Kakšna je zveza med lastnimi vrednostmi in sledjo matrike?