

Ime in priimek

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Vpisna številka

Linearna algebra: 1. kolokvij

17. april 2024

Čas pisanja: 75 minut. Dovoljena je uporaba dveh listov velikosti A4 z obrazci. Uporaba elektronskih pripomočkov ni dovoljena. Rezultati bodo objavljeni na *ucilnica.fri.uni-lj.si*. **Vse odgovore dobro utemelji!**

1	
2	
3	
Σ	

1. naloga (35 točk)

Dane so točke $A(1, -1, 1)$, $B(-2, 2, 1)$ in $C(-4, -1, -4)$ ter premica $p: \vec{x} = t \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}$.

a) (10) Poišči enačbo ravnine R , na kateri ležijo točke A , B in C .

b) (5) Poišči presečišče premice p in ravnine R .

c) (10) Določi enačbo premice q skozi točki A in B .

d) (10) Ali leži točka $D(-2, 0, -1)$ znotraj trikotnika $\triangle ABC$? *Odgovor utemelji!*

2. naloga (35 točk)

Dani so matriki A in B ter vektorja \vec{c} in \vec{d} :

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 & 3 \\ -2 & 2 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \end{bmatrix}, \quad \vec{c} = \begin{bmatrix} 5 \\ 4 \\ 3 \end{bmatrix}, \quad \vec{d} = \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \\ 5 \end{bmatrix}.$$

a) (15) Ali sta sistema $A\vec{x} = \vec{c}$ in $A\vec{x} = \vec{d}$ rešljiva? Zakaj oziroma zakaj ne? Za vsakega od sistemov, ki je rešljiv, poišči vse rešitve.

b) (5) Poišči bazo in določi dimenzijo $C(A)$, stolpčnega prostora matrike A .

c) (5) Poišči bazo in določi dimenzijo $N(A)$, ničelnega prostora matrike A .

d) (10) Poišči matriko X , ki reši matrično enačbo $BX = A$.

3. naloga (30 točk)

Preslikava $\varphi: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^4$ je podana s predpisom $\varphi \left(\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} \right) = \begin{bmatrix} x_1 + 3x_3 \\ 0 \\ -3x_1 + 3x_2 \\ x_2 + 3x_3 \end{bmatrix}$.

a) (8) Ali je φ linearna preslikava?

b) (8) Poišči matriko M , ki pripada φ glede na standardni bazi \mathbb{R}^3 in \mathbb{R}^4 .

c) (7) Poišči bazo za $\ker \varphi$.

d) (7) Kateri stolpci matrike M tvorijo bazo za $\text{im} \varphi$? Zapiši jo.