

# 1. IZPIT

## LINEARNA ALGEBRA

3. junij 2020

### Splošni napotki:

- Čas pisanja: 105 minut.
- Dovoljena je uporaba enega lista velikosti A4 z obrazci.
- Uporaba elektronskih pripomočkov ni dovoljena. Vsako prepisovanje, pogovarjanje ali uporabljanje knjig, zapiskov, prenosnega telefona, slušalk ali drugih pripomočkov se bo sankcioniralo.
- Rešitve, točkovnik in rezultati bodo objavljeni na *ucilnica.fri.uni-lj.si*.
- **Vse odgovore dobro utemeljite!** Brez utemeljitve ne dobite točk.

	Računski del				Teoretični del
	1	2	3	$\Sigma$	$\Sigma$
Možne točke:	15	17	18	50	50
Dosežene točke:					

## TEORETIČNI DEL

1. Zapišite primer neidentične linearne preslikave (ali njene matrike)

A. (2.5 točke)  $\vartheta : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ , za katero je  $\vartheta^2$  identična preslikava.

B. (2.5 točke)  $\varphi : \mathbb{R}^{2 \times 2} \rightarrow \mathbb{R}^{2 \times 2}$  s trivialnim jedrom.

2. Naj bo matrika  $A \in \mathbb{R}^{4 \times 4}$  obrnljiva. Za vsako od naslednjih trditev obkrožite ali drži ali ne drži. Svoj odgovor dobro utemeljite.

A. (5 točk) Matrika  $2A^5$  je obrnljiva.

DRŽI

NE DRŽI

B. (5 točk)  $A$  ima štiri pozitivne lastne vrednosti.

DRŽI

NE DRŽI

C. (5 točk) 0 ni singularna vrednost matrike  $A$ .

DRŽI

NE DRŽI

3. (10 točk) Naj bo  $\vec{b} = [-1, 1, 2, 3]^T$  ter  $A \in \mathbb{R}^{4 \times 4}$  matrika z lastnimi vrednostmi  $-1, 1, 2$  in  $3$ . Določite (z utemeljitvijo):

A.  $\det(A^2)$

B.  $\text{rang}(A - 2I)$

C. število rešitev sistema  
 $A\vec{x} = \vec{b}$

4. (5 točk) Naj bodo vektorji  $\vec{a}, \vec{b}$  in  $\vec{c}$  linearno neodvisni. Pokažite, da so linearno neodvisni tudi vektorji  $\vec{a} + \vec{c}, \vec{b} + \vec{c}$  in  $\vec{c}$ .

5. (5 točk) Naj bodo  $\vec{a}, \vec{b}$  in  $\vec{c}$  enotski vektorji v  $\mathbb{R}^5$  in naj velja  $\vec{b} \perp \vec{c}$ . Zapišite projekcijo vektorja  $\vec{a}$  na linearno ogrinjačo vektorjev  $\vec{b}$  in  $\vec{c}$ .

6. Simetrična matrika  $A$  naj ima karakteristični polinom enak  $\Delta_A(x) = x^4 - x^3$ .

A. (5 točk) Izračunajte  $\dim N(A)$ .

B. (5 točk) Naj bo  $\vec{v} = [1, 0, 0, 1]^T$  lastni vektor matrike  $A$  pri lastni vrednosti  $1$ . Zapišite vsaj en lastni vektor  $\vec{w}$  pri lastni vrednosti  $0$ .