Ime in priimek: ______________________ Vpisna številka: __________________

Naloge	1 – 6	7 – 11	Skupaj	Odstotek
Možne točke:	6	9	15	100
Dosežene točke:				

1. IZPIT IZ LINEARNE ALGEBRE 2018/19

6. junij 2019

Splošni napotki:

Izpit vsebuje 11 nalog in obsega 4 strani. Čas za reševanje je 45 minut.

Vsako prepisovanje, pogovarjanje ali uporaba knjig, zapiskov, prenosnega telefona, slušalk ali drugih pripomočkov se bo sankcioniralo z odvzemom izpita.

Za vsako od trditev 1 – 6 obkrožite ali drži ali ne drži.
Če drži, utemeljite, zakaj. Če ne drži, zapišite protiprimer.

1. Vsaka zgornje trikotna matrika je obrnljiva.

   DRŽI NE DRŽI

2. Množica vseh 3×3 matrik z vsemi diagonalnimi elementi enakimi 0 je vektorski podprostor v $\mathbb{R}^{3\times 3}$.

   DRŽI NE DRŽI

3. Če ima za neka $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$ in $\vec{b} \in \mathbb{R}^m$ sistem $A\vec{x} = \vec{b}$ rešitev, potem je vektor $\vec{b}$ pravokoten na vsak vektor $\vec{y} \in N(A^T)$.

DRŽI NE DRŽI

4. Vsaka neničelna linearna preslikava $\tau \colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ slika linearno neodvisna vektorja v linearno neodvisna.

DRŽI NE DRŽI

5. Če je $Q \in \mathbb{R}^{n \times n}$ ortogonalna matrika, potem je $||Qx|| = ||x||$ za vsak $x \in \mathbb{R}^n$.

DRŽI NE DRŽI

6. Če je matrika $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ diagonalizabilna, potem je vsak vektor $\vec{x} \in \mathbb{R}^n$ lastni vektor matrike A.

DRŽI NE DRŽI

Odgovorite na vsako od vprašanj 7 – 11 in odgovor dobro utemeljite.

7. Enotska vektorja $\vec{a}$ in $\vec{b}$ oklepata kot $\frac{\pi}{4}$. Izračunajte prostornino paralelepipeda, napetega na vektorje $\vec{a}$, $\vec{a}-\vec{b}$ ter $\vec{a}\times\vec{b}$.

7. ____________

8. Matrika A naj ima karakteristični polinom enak $\Delta_A(x) = x^4 - x^2$. Izračunajte $\operatorname{rang}(A+I)$.

8. ____________

9. Če je $\det A = 2$ in $\det B = 3$, izračunajte $\det(A^T B A B^{-1})$.

9. ____________

10. Denimo, da je matrika $B \in \mathbb{R}^{n\times n}$ simetrična ter $A = B^2$. Pokažite, da so vse lastne vrednosti matrike A nenegativne.

11. Naj bo $\vec{a} \in \mathbb{R}^n$ poljuben neničeln vektor.

(a) Pokažite, da je matrika $\vec{a}\vec{a}^T$ simetrična matrika.

(b) Pokažite, da je matrika $\vec{a}\vec{a}^T$ matrika ranga 1.

(c) Pokažite, da je vektor $\vec{a}$ lastni vektor matrike $\vec{a}\vec{a}^T$. Določite pripadajočo lastno vrednost.

(d) Zapišite vse lastne vrednosti matrike $\vec{a}\vec{a}^T$.

(e) Naj bo $\vec{a}$ lastni vektor simetrične matrike A. Pokažite, da matriki A in $\vec{a}\vec{a}^T$ komutirata.