



Digitalna vezja UL, FRI



Vaja 3 Quineova metoda minimizacije

Sosednost in vsebovalniki

□ Sosednost

Dva konjunktivna logična izraza sta sosedna, če se razlikujeta po natanko eni negaciji:

- I. Oba izraza vsebujeta enake vhodne spremenljivke
- II. Razlikujeta se po točno eni negaciji

Primer:

Zapiši vse sosede izzaza $\overline{x_1} \cdot \overline{x_2} \cdot x_3$!

□ Vsebovalnik

Konjunktiven izraz, ki pokrije skupino enic/mintermov

□ Glavni vsebovalnik

Najkrajši možen konjunktiven izraz, ki pokrije skupino enic/mintermov

Primer:

$$\overline{x_1} \cdot \overline{x_2} \cdot x_3 \vee \overline{x_1} \cdot x_2 \cdot x_3 = \underbrace{\overline{x_1} \cdot x_3}_{\text{Glavni}} \cdot \underbrace{(\overline{x_2} \vee x_2)}_{=1} = \overline{x_1} \cdot x_3$$

**Glavni
vsebovalnik**

Minimalna disjunktivna normalna oblika (MDNO) in Tabelarična Quine-McCluskey metoda minimizacije

□ Minimalna disjunktivna normalna oblika (MDNO)

- Najkrajša možna disjunktivna normalna oblika zapisa funkcije
- Izhajamo iz zapisa PDNO in izraz poenostavimo na podlagi sosednosti in potrebnih glavnih vsebovalnikov

□ Tabelarična Quine-McCluskey metoda minimizacije

1. Tabela glavnih vsebovalnikov:

- Tabela z n stolpci (n – št. vhodnih spremenljivk)
- V stolpec n zapišemo minterme, v stolpec $i-1$ pa sosedne člene zapisane v stolcu i in njihove glavne vsebovalnike

2. Tabela potrebnih glavnih vsebovalnikov:

- V stolpce zapišemo minterme, ki jih moramo pokriti,
- V vrstice zapišemo glavne vsebovalnike in njihova pokritja mintermov
- Na podlagi tabele potrebnih glavnih vsebovalnikov določimo najmanjšo množico glavnih vsebovalnikov, ki pokrijejo vse minterme

3. Zapišemo MDNO v eksplicitni obliki

Minimalna disjunktivna normalna oblika (MDNO) in Tabelarična Quine-McCluskey metoda minimizacije

Primer: Z metodo Quine-McCluskey zapiši MDNO za $f = v^3$ (1, 2, 3, 6, 7)!

1. Tabela glavnih vsebovalnikov:

3	2	1
(1) $\bar{x}_1 \bar{x}_2 x_3$ \checkmark	(1,3) $\bar{x}_1 x_3$	((2,3), (6,7)) x_2
(2) $\bar{x}_1 x_2 \bar{x}_3$ \checkmark	(2,3) $\bar{x}_1 x_2$ \checkmark	((2,6), (3,7))
(3) $\bar{x}_1 x_2 x_3$ \checkmark	(2,6) $x_2 \bar{x}_3$ \checkmark	
(6) $x_1 x_2 \bar{x}_3$ \checkmark	(3,7) $x_2 x_3$ \checkmark	
(7) $x_1 x_2 x_3$ \checkmark	(6,7) $x_1 x_2$ \checkmark	

2. Tabela pokritij mintermov in določitve potrebnih glavnih vsebovalnikov:

		m_1	m_2	m_3	m_6	m_7
\checkmark	$\bar{x}_1 x_3$	\checkmark		\checkmark		
\checkmark	x_2		\checkmark	\checkmark	\checkmark	\checkmark

3. Zapis MDNO:

$$f_{MDNO}(x_1, x_2, x_3) = \bar{x}_1 x_3 \vee x_2$$

Minimalna konjunktivna normalna oblika (MDNO)

□ Minimalna konjunktivna normalna oblika (MKNO)

- Najkrajša možna konjunktivna normalna oblika zapisa funkcije
- **Določitev MKNO:**
 - funkcijo negiramo,
 - določimo MDNO negirane funkcije,
 - negiramo MDNO negirane funkcije in dobimo MKNO izhodiščne funkcije

Primer:

Z metodo Quine-McCluskey zapiši MKNO za $f = v^3 (1, 2, 3, 6, 7)$!

1. Funkcijo negiramo:

$$\bar{f} = v^3 (0, 4, 5)$$

2. Določimo MDNO negirane funkcije:

3	2	1
(0) $\bar{x}_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3$ \checkmark	(0,4) $\bar{x}_2 \bar{x}_3$	
(4) $x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3$ \checkmark	(4,5) $x_1 \bar{x}_2$	
(5) $x_1 \bar{x}_2 x_3$ \checkmark		

Minimalna konjunktivna normalna oblika (MKNO)

		m_0	m_4	m_5
✓	$\overline{x_2} \overline{x_3}$	✓	✓	
✓	$x_1 \overline{x_2}$		✓	✓

MDNO:

$$\overline{f}_{MDNO}(x_1, x_2, x_3) = \overline{x_2} \overline{x_3} \vee x_1 \overline{x_2}$$

3. Negiramo MDNO in zapišemo MKNO izhodiščne funkcije:

$$\begin{aligned} f_{MKNO}(x_1, x_2, x_3) &= \overline{\overline{f}_{MDNO}}(x_1, x_2, x_3) = \\ &= \overline{\overline{x_2} \overline{x_3} \vee x_1 \overline{x_2}} = \\ &= (x_2 \vee x_3)(\overline{x_1} \vee x_2) \end{aligned}$$

Minimalna normalna oblika (MNO)

□ Minimalna normalna oblika (MNO)

- Najkrajši normalni zapis funkcije – predstavlja krajšo izmed MDNO in MKNO

▪ Določitev MNO:

- določimo MDNO in MKNO
- določimo kompleksnost MDNO in MKNO:
 - **Operatorji** – število porabljenih konjunkcij in disjunkcij
 - **Vhodi** – skupno število vhodov v konjunkcije in disjunkcije
- MNO je tista, ki ima manjše število operatorjev, če je to število enako, potem je manjša tista, ki ima manj vhodov.

Primer:

Za funkcijo $f = \vee^3 (0, 2, 3, 6)$ določi MNO!

	$f_{MDNO}(x_1, x_2, x_3) = \bar{x}_1 x_3 \vee x_2$	$f_{MKNO}(x_1, x_2, x_3) = (x_2 \vee x_3)(\bar{x}_1 \vee x_2)$
# operatorjev	2	3
# vhodov	4	6

$$f_{MNO}(x_1, x_2, x_3) = f_{MDNO}(x_1, x_2, x_3) = \bar{x}_1 x_3 \vee x_2$$

Naloga

Podana je funkcija $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = \vee^4 (0, 1, 4, 5, 11, 15)$.

Zapišite:

1. PDNO v eksplicitni obliki
2. PKNO v skrajšani obliki (pretvorba z uporabo relacij za dualne terme)
3. PKNO v eksplicitni obliki
4. MDNO z uporabo metode Quine-McCluskey
5. MKNO z uporabo metode Quine-McCluskey
6. MNO
7. MNO realizirajte v Logisimu in na protoboardu