



11. Elektroni v snovi: kovine, izolatorji in polprevodniki
- Cilji: - kvantni pristop k atomu, molekulam in kristalom
- kako različjeno kovine, izolatorje in polprevodnike
 - kako delujejo dioda in transistor

11.1) kvantni opis atoma

Rutherfordov eksperiment: jedro + e⁻ ali packing 2 razinami

(111)  

Bohrov planetarni model (1913) in "stara" kvantna mehanika



$$F_c = F_e$$

$$\frac{m v^2}{r} = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

kvantizacija orbit

$$2\pi r = n \lambda = n \frac{h}{p} = n \frac{h}{m \cdot v}$$

$$v = \frac{nh}{2\pi r m}$$

$$\frac{m \cdot n^2 h^2}{(2\pi r m)^2 r} = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

$$\frac{m n^2 h^2}{4\pi^2 r^3 m} = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

$$r = n^2 \frac{h^2 \epsilon_0}{\pi e^2 m} = n^2 \underbrace{\frac{4\pi\epsilon_0 h^2}{m e^2}}_{r_B \dots \text{Bohrov radij}} = n^2 r_B; n=1,2,\dots$$

" "
0.052 nm

"Nova" kvantna mehanika

$$\hat{H} \psi(\vec{r}) = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \psi(\vec{r}) - \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} \psi(\vec{r}) = E \psi(\vec{r})$$

Rešitev: $\psi(\vec{r}) = R_{nl}(r) Y_{lm}(\theta, \phi)$; Energije

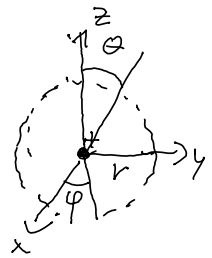
n... glavna kvantna števila

$$E_n = -\frac{E_0}{n^2}$$

l... tirnik

m... magnetno

$$E_0 = (m e^4) / (2(4\pi\epsilon_0 \hbar)^2)$$



Elektronske orbitale (lopine) ~ analogija = čelulo

n	l	Oznaka
1	1	1s
2	1	2s
	2	2p
3	1	3s
	2	3p
	3	3d
4	...	

$$l = 0, \dots, n-1$$

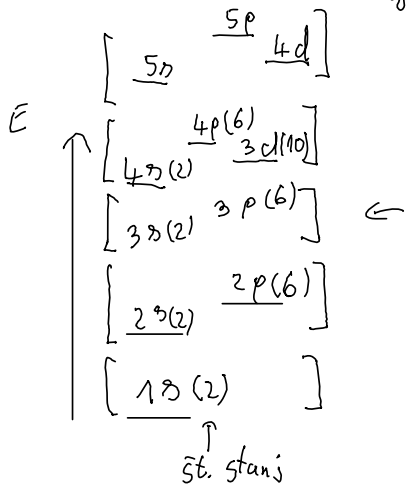
$$|m| \leq l \Rightarrow 2l+1 \text{ stanj}$$

Oznake

l	0	1	2	3
	s	p	d	f

Periodni sistem - več elektronski problem in ni več trivialno rešljiv

- Paulijeva izključitvena načela



Energije se merijo $1 \text{ eV} \sim 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$

Valenčni $e^- \sim 1 \text{ eV}$

e^- blizu jedra $\sim 1 \text{ keV}$

solna temperatura $k_B T_R \sim 25 \text{ meV}$

Vidna svetloba: $1.6 - 3.4 \text{ eV}$

Molekule: gruča atomov in (kemijskih) vezi

Za vezavo potrebna dvesti energija

Snovi iz molekul: voda, atmosfera, ...

, ki niso iz molekul: kristali, zlitine, stekla

ionska vez: $\oplus \ominus \oplus$ vezava preko elektrostatične sile
primer $\text{Na}^+ \text{Cl}^-$

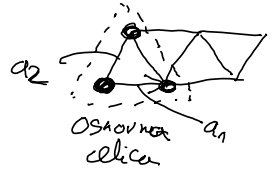
Kovalentna vez: $\text{H}-\text{H}$ zato nima delitve par e^-

11.2. Kristali: urejene strukture v 3D/2D

Odkritje preko uklona rentgenske svetlobe grafov (Nobel 2010)
(Lave 1912, Molekova 1914)

Struktura: monokristali, polikristali in amorfna snov

Tvorijo kristalno mrežo, npr. trilateral



Bravaisova mreža: $\vec{R} = n_1 \vec{a}_1 + n_2 \vec{a}_2 + n_3 \vec{a}_3$

$\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3 \dots$ osnovni vektorji kristalne osi

Osnovna celica ... osnovni element, ki se periodično ponavlja

Valovna funkcija: kakšne so lastnosti val. funkcije, da zadošča periodičnosti atomov v kristalu?

Ravni val: $\psi = e^{i\vec{k}\vec{r}} \quad \vec{r} \rightarrow \vec{r} + \vec{R} \quad \psi(\vec{r}) = \psi(\vec{r} + \vec{R})$
 $e^{i\vec{k}\vec{r}} = e^{i\vec{k}(\vec{r} + \vec{R})}$

$e^{i\vec{k}\vec{R}} = 1; \forall \vec{R} \in$ Bravaisovi mreži
 $\vec{k}\vec{R} = 2\pi \cdot n$

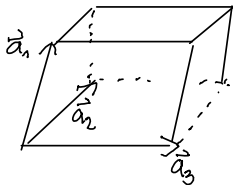
Rešitev: Recipročna mreža

$\vec{k} = k_1 \vec{b}_1 + k_2 \vec{b}_2 + k_3 \vec{b}_3$

in $\vec{b}_1 = 2\pi \frac{\vec{a}_1 \times \vec{a}_3}{V}$

$\vec{b}_2 = -2\pi \frac{\vec{a}_2 \times \vec{a}_1}{V}$

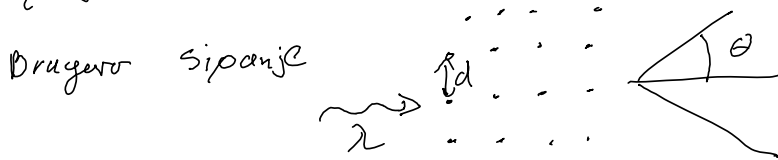
$V = \vec{a}_1 \cdot (\vec{a}_2 \times \vec{a}_3)$



$\vec{b}_1, \vec{b}_2, \vec{b}_3$ tvorijo Brillouinovo cono

Primer 10: ali $kR = 2\pi n; R=a$ in $k = \frac{2\pi}{a}$ $\vec{a}_1 = (1,0,0)$ in $\vec{b}_1 = (1,0,0)$

Sipanje (realnijski žarkov) na kristalu



$$n \cdot \lambda = 2 \cdot d \sin \theta$$

12 porznavanja λ in merilne θ , dobimo informacijo o razdaljah v kristalu d .

Podoben kot difrakcija svetlobe na mrežici.

Bragovo sipanje (1912, Nobel 1915; oče in sin skupaj)

25 let star.

Najmlajši v fiziki.

Malala Yusufzai, 17 let, 2014.

11.3 Korine, izolatorji in polprevodniki

11.3.1) Teorija prostih elektronov

Ideja: e^- se med sabo čutijo le preko Paulijevnega izključitvenega načela

in zapolnjujejo periodičnosti kristalov

$$H = -\frac{\hbar^2}{2m_e} \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right)$$

$$V = 0$$

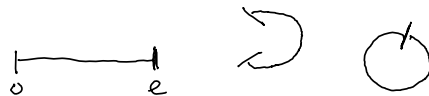
$$\psi_{\vec{k}}(\vec{r}) = \frac{1}{\sqrt{V}} e^{i\vec{k} \cdot \vec{r}}$$

$$E = \frac{\hbar^2}{2m} (k_x^2 + k_y^2 + k_z^2) = \frac{\hbar^2 |\vec{k}|^2}{2m_e}$$

Robni pogoji

$$\psi(x) = \psi(x+l)$$

$$e^{ik_x x} = e^{ik_x (x+l)}$$



$$k_x \cdot l = 2\pi n_x$$

Enako za y in z .

Paulijevno načelo: zapolnjujemo $n_x, n_y, n_z, m_s = \pm \frac{1}{2}$ in imamo $\left(\frac{2\pi}{l}\right)^3 = \frac{(2\pi)^3}{V}$ volumna za 2 elektrona.

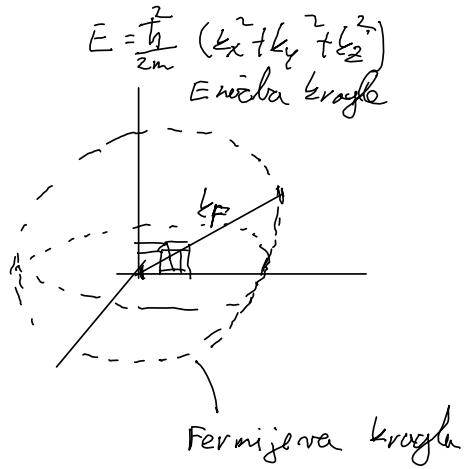
Vseki e je $N \sim 10^{23}$

$$N = 2 \frac{\text{Volumen krogla}}{\text{Volumen elementa}} =$$

$$= 2 \frac{\frac{4\pi k_F^3}{3}}{\frac{(2\pi)^3}{V}}$$

$$k_F = (3\pi^2 n)^{\frac{1}{3}} ; n = \frac{N}{V} \text{ gostota } e^-$$

Fermijev sektor



Fermijeva energija: $E_F = \frac{\hbar^2 k_F^2}{2m_e} = \frac{\hbar^2}{2m} (3\pi^2 n)^{\frac{2}{3}}$

↑ Energija "morja e^- " v kristalu

Fermijeva hitrost $v_F = \frac{p}{m_e} = \frac{\hbar k_F}{m_e}$

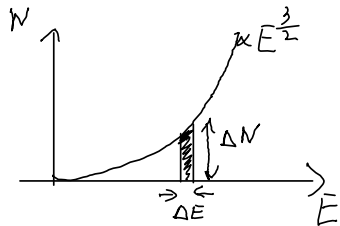
Pri meri	kovina	$n [10^{22} \text{cm}^{-3}]$	$E_F [\text{eV}]$	$v_F [\frac{m}{s}]$
	Na	2,65	3,2	$1,6 \cdot 10^6 \approx 0,05 c$
	K	1,40	2,1	
	Ca	8,45	7,0	
	Ag	5,85	5,48	

hitrost e^- je ogromna.

koliko e^- je pri neki energiji?

$$N = \left[\frac{V}{3\pi^2} \frac{(2m_e)^{3/2}}{\hbar^3} \right] E^{3/2}$$

konstanta

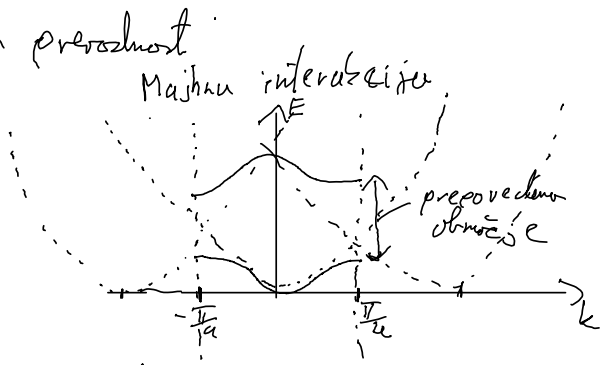
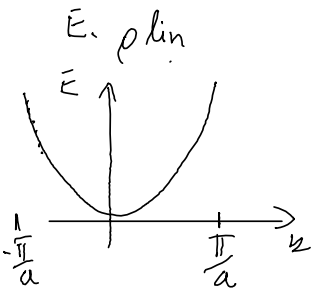


Gostota stanj

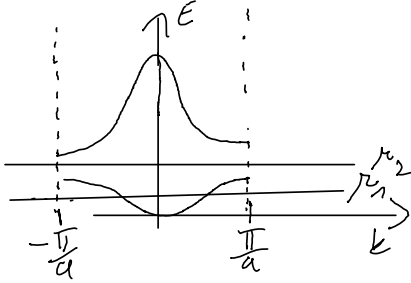
$$g(E) = \frac{dN}{dE} = \left[\frac{V}{5\pi^2} \frac{(2m_e)^{3/2}}{\hbar^3} \right] \frac{3}{2} E^{1/2}$$

Na robu pasu je št. e^- $g(E) \propto \sqrt{E}$

M4 Elektroni pasivi in prevodnost



Konfiguracija glede na 3t. elektron



μ ... dolžni do katere energije so stanja zasedena ($\# e^-$)

μ_1 ... delno zaseden pas \Rightarrow kovina
 μ_2 ... polno zaseden pas \Rightarrow izolator

Prevodnost v kovini: \bar{e} je valovni paket

Grupna hitrost

$$v = \frac{\partial W}{\partial k} = \frac{1}{\hbar} \frac{\partial E}{\partial k}$$

$$a = \frac{dv}{dk} = \frac{1}{\hbar} \frac{\partial^2 E}{\partial k^2} \quad \frac{dk \cdot \hbar}{dt} = \text{moment}$$

$$a = \left(\frac{1}{\hbar} \frac{\partial^2 E}{\partial k^2} \right) \frac{dP}{dt}$$

Newton zakon
 $a = \frac{1}{m^*} \frac{d(mv)}{dt}$

$\frac{1}{m^*}$ efektivna masa

Primer: $E(k) = \frac{\hbar^2 k^2}{2m_e}$

$$\rightarrow v = \frac{\hbar k}{m_e}$$

$$m^* = \left(\frac{1}{\hbar^2} \frac{d^2 E}{dk^2} \right)^{-1} = \left(\frac{1}{\hbar^2} \frac{\hbar^2 \cdot 2}{2m_e} \right)^{-1} = m_e$$

Tipično je transport difuzivem: $\rightarrow \cdot \leftarrow$ Najboljše sjanje na drugih e^-

Celoten tok $\langle \vec{j} \rangle = q \sum_i \vec{v}_i = q n \langle \vec{v} \rangle \leftarrow$ povprečna točka
 (E_0) za \bar{e} , $(\hbar \vec{p}_0)$ za vrzeli

Drude model

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}$$

$\langle \rangle$ povprečje čez veliko e^-

$$m \frac{d\langle \vec{v} \rangle}{dt} = e \vec{E} - \frac{\langle \vec{p} \rangle}{\tau}$$

\downarrow
 zunanje polje

$\frac{\langle \vec{p} \rangle}{\tau}$
 disipacija

Zahtevamo stacionarnost
 $\frac{d\langle \vec{v} \rangle}{dt} = 0$

Disipacija: $\frac{1}{\tau} = \frac{1}{\tau_{\text{neizb}}} + \frac{1}{\tau_{\text{term}}}$

$$m^* \langle \vec{v} \rangle = \tau e \vec{E} \quad \langle \vec{j} \rangle = n e \langle \vec{v} \rangle$$

$$\frac{\langle \vec{j} \rangle}{n e} m^* = \tau e \vec{E}$$

$$\langle \vec{j} \rangle = \frac{\tau n e^2}{m^*} \langle \vec{E} \rangle$$

$$\sigma = \frac{n e^2 \tau}{m^*}$$

Pravodnost... dolžna m^* , n , τ .

Kolikšen poraznjen je z Ohmovim zakonom?

$$U = RI; \quad R = \frac{L}{S} = \frac{1}{\sigma} \frac{L}{S} \Rightarrow$$

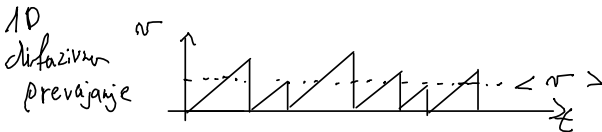
kapacitivni upor

$$U = E \cdot L \quad \frac{1}{\sigma} \text{ pravodnost}$$

$$\text{Gostota toka} \quad j = \frac{I}{S} = \frac{U}{S \cdot R} = \frac{E \cdot L \cdot \sigma \cdot S}{S \cdot L} = E \cdot \sigma$$

Primer: Bazen (Cu) $\sigma = 6 \cdot 10^7 (\Omega \text{m})^{-1} \Rightarrow \tau = 3 \cdot 10^{-14} \text{s} = 30 \text{fs}$
 $n = 8.5 \cdot 10^{28} \text{ m}^{-3}$
 $m^* = m_e$

Elektroni so zelo hitri, a tudi trbujo zelo hitro.



Možna tudi balistična prevajanje: $I = \frac{2e^2}{h} T \cdot V$

\uparrow
Transmissivnost

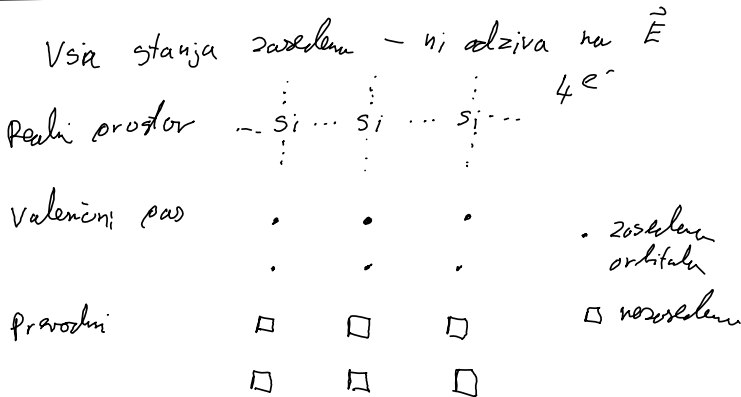
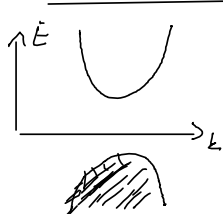
odvisno od geometrije, delovnih pogojev, ...

11.5 Polprevodniki (1 G\$ vredna industrija, piva ~ 600 G\$)

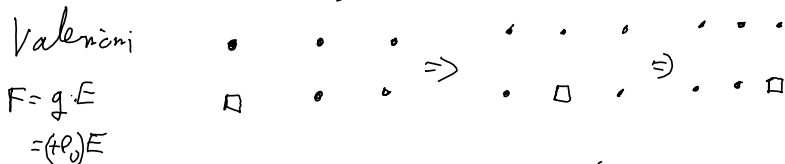
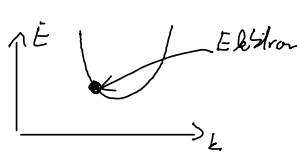
Def: Izdelarji 2 rezo ~ 3-4eV in jih lažje dopiramo

Tipični kristali: Si - poceni, razvita tehnologija, robustna
 GaAs - visoki mobilnost, nadzor nad rekombinacijo (Ga, Fe, As)
 dobre optične lastnosti
 GaN... modre LED

Intrinzični (nedopirani) polprevodniki (# rešastoi < 1:10¹⁰)



Foton ali temperaturne fluktuacije lažje vzbudijo $e^- h^+$ par

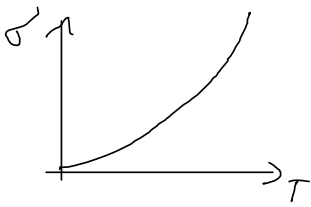


kvazidelec: objekt, ki se obnaša kot delec
 Vrzel-elektron: vedno nastopata v paru.
 če se srejata ⇒ anihilacija in izseva se svet

Gibljivost delcev e^- in vrzeli pri sprožitvi k toka

$$n_e = \beta_e E \quad j = n q v \Rightarrow j = (e_0 \cdot n_v \beta_v + (-e_0) n_e (-\beta_e)) E$$

$$n_v = \beta_v E \quad = e_0 (n_v \beta_v + n_e \beta_e) E$$



Prerodnost narašča z T - pričakovan obnašanje
Zvišalnost polprevodnikov.

Dopirani polprevodniki (dodamo primeri)

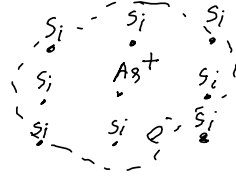
Primer: Si dodamo B_i ; P, As
 └─┬─┘
 p-dopira n-dopiran
 $3e^-$ $5e^-$

n-dopiran: $3e^-$, 4 tvorijo veri in $1e^-$ je šibko vezan

velik H atom

$$r = \frac{4\pi\epsilon_0 (\epsilon_r)^2 \hbar^2}{e^2 m^*}$$

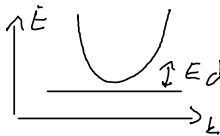
dielektrična konstanta



$$E_d = \frac{e^4 m^*}{2(4\pi\epsilon\epsilon_0 \hbar)^2}$$

Si $\epsilon \approx 12$
 $m^* = 0.2 m_e$

Tvori vesamo stanje



Večinski nosilci naboja: e^- (od dopantov)

Manjšinski - h^+ (termično vzburjeni)

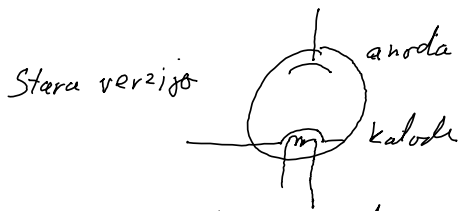
$$N_e \gg N_v$$

Prerodnost: $\sigma = e_0 n_d \cdot \beta_e$

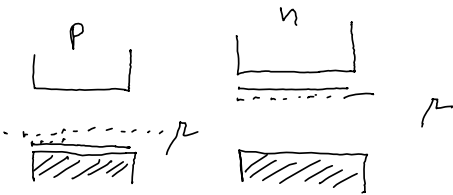
p-dopirani $\sigma = e_0 n_d \cdot \beta_v$

11.6 Uporaba polprevodnikov

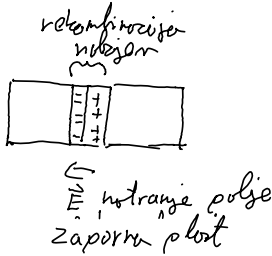
11.6.1 Diode - usmernik



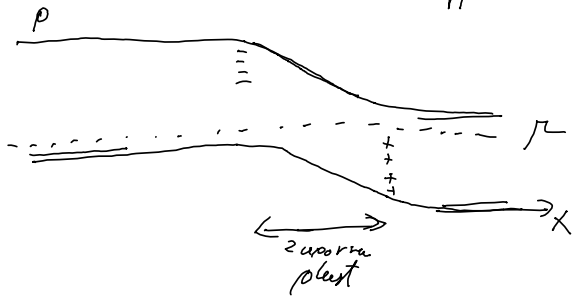
Če anoda \oplus privleči e^- priključen



Stik

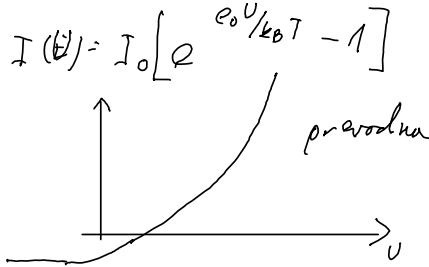


Zaporna plast deluje kot kondenzator.
 Napetost $\sim ed$ in polje $\sim \frac{qV}{m}$



Prepovedna in zaporna smer

$I_0 k$ čez stopnico



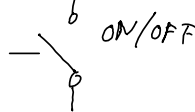
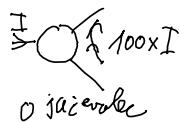
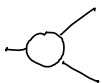
Morjenje T:

- $I = konst, V = V(T)$

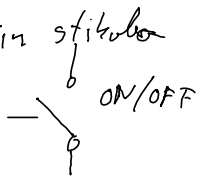
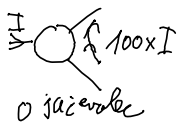
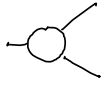
- Uporni termometer (resistance T detektor RTD)



11.6.2 Transistor = ojačevalec in stikalo



M.6.2 Tranzistor = ajacivale in stikalo



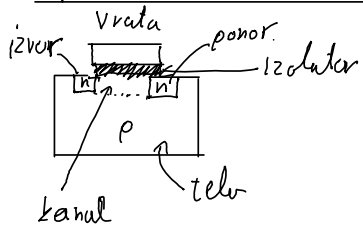
Schokley, Bardeen, Brattain (iznajdba '47-'48 Nobelova '54)

Zacetek silicijene doline:

Schokley Semiconductor Laboratory ('55) → Izdajalskih 8 ('57) →

→ Fairchild Semiconductors → IBM } 2012 skupna vrednost
 Intel } ~ 2T\$

Tranzistor na ocinski polju (FET in MOS FET) Metal-oxide-semiconductor

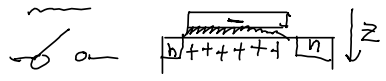


Telur : Si

Izolator : SiO (E=3.9), high-k izolatorji HfSiON večji E

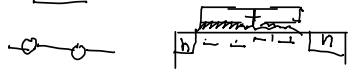
Pravilni del vrat (elektroda): Al, poli-Si
 p-kanalni MOSFET

OFF



Ne prevaja, ker je nič pozitivnih nabojev v p kanalu.

ON



Prevaja, če je polje dovolj veliko.

Energijski diagram

