

Tretji izpit iz Numerične matematike

31. avgust 2023

1. naloga: Naj bo

$$\begin{aligned}\sqrt{\pi} \ln(x_1^2 + x_2^2) - \frac{1}{\sqrt{\pi}} \sin(x_1 x_2) &= \ln(2\pi), \\ e^{x_1 - x_2} + \frac{1}{\sqrt{\pi}} \cos(x_1 x_2) &= 0,\end{aligned}$$

nelinearni sistem in $v^{(0)} = \begin{bmatrix} \sqrt{\pi} & \sqrt{\pi} \end{bmatrix}^T$ vektor. Izračunajte približek $v^{(1)}$ rešitve sistema z uporabo enega koraka Newtonove metode.

2. naloga: Za neznano funkcijo $f(x)$ ste dobili tabelo podatkov

x	0	0.5	1
$f(x)$	1	1.6487	2.7183

- Zapišite tabelo deljenih diferenc.
- Poiščite interpolacijski polinom p_2 druge stopnje, ki interpolira podatke iz tabele.
- Integral

$$\int_0^1 f(x) dx$$

izračunajte s pomočjo trapeznega pravila, sestavljenega iz dveh osnovnih trapeznih pravil.

- Analitično izračunajte integral

$$\int_0^1 p_2(x) dx$$

in rezultat primerjajte z numeričnim.

3. naloga: Naj bo dana diferencialna enačba (DE)

$$y' = y, \quad y(0) = 2.$$

- Poiščite numerično rešitev enačbe z Eulerjevo metodo na intervalu $[0, 1]$ s korakom 0.25.
- Poiščite numerično rešitev enačbe z Runge-Kutta metodo četrtega reda z enakim korakom.
- Izračunajte točno rešitev diferencialne enačbe in določite globalno napako numeričnih rešitev pri $x = 1$.