

Drugi izpit iz Numerične matematike

26. junij 2023

1. **naloga:** Kvadratni koren pozitivnega števila a lahko računamo iterativno prek rekurzije

$$x_{n+1} = x_n \cdot \frac{x_n^2 + 3a}{3x_n^2 + a}.$$

- (a) Določite negibne točke iteracije.
- (b) Utemeljite, da je metoda konvergentna v okolici \sqrt{a} .
- (c) Utemeljite, da je red konvergence v okolici \sqrt{a} vsaj 3.

2. **naloga:** Izračunajte $\int_0^2 x^6 dx$ s pomočjo trapeznega pravila s koraki 2, 1, $\frac{1}{2}$ in Rombergove metode.

3. **naloga:** Naj bo dana diferencialna enačba (DE)

$$y' = \frac{y}{x} + 2x^2, \quad y(1) = -11. \quad (1)$$

(a) Preverite, da je splošna rešitev DE

$$y = Cx + x^3,$$

kjer je C konstanta. Določite konstanto tako, da bo rešitev zadoščala začetnemu pogoju iz (1).

- (b) Z Eulerjevo metodo izračunajte približek za vrednost $y(2)$, pri čemer za korak metode vzemite $h = 0.5$, začnite pa v $x = 1$.
- (c) Izračunajte globalno napako metode iz (3b) v točki $x = 2$.