

1. Za  $n > 3$  definiramo permutacije  $\pi_n \in S_n$  kot produkt ciklov

$$\pi_n = (1 \ 2 \ n)(1 \ 3 \ n) \cdots (1 \ n-1 \ n).$$

- (a) Zapiši permutacije  $\pi_4$ ,  $\pi_5$  in  $\pi_6$ .  
 (b) Izračunaj  $\pi_n(1)$ ,  $\pi_n(n)$ ,  $\pi_n^{-1}(1)$  in  $\pi_n^{-1}(n)$ .  
 (c) Določi ciklično strukturo in parnost permutacije  $\pi_n$ .
2. Poišči vsaj dve permutaciji  $\pi \in S_6$ , za kateri je

$$\pi^3 = (1 \ 2)(3 \ 4)(5 \ 6).$$

3. V  $S_{10}$  opazujemo permutacije, ki rešijo enačbo  $\pi^{10} = \pi$ .
- (a) Cikli katerih dolžin lahko nastopajo v razcepu permutacije  $\pi$  na produkt disjunktnih ciklov?  
 (b) Pokaži, da imajo vse permutacije  $\pi$ , ki rešijo to enačbo, vsaj eno fiksno točko.  
 (c) Poišči eno rešitev, ki ima najmanjše možno število fiksnih točk.

4. Dane so permutacije

$$\alpha = (1 \ 3 \ 5 \ 7 \ 9 \ 11), \beta = (2 \ 4 \ 6 \ 8 \ 10) \text{ in } \gamma = (1 \ 9 \ 5)(2 \ 10 \ 8 \ 6 \ 4)(3 \ 11 \ 7).$$

- (a) Pokaži, da  $\alpha$  in  $\beta$  komutirata.  
 (b) Pokaži, da je  $\alpha^2 * \beta^2$  rešitev enačbe  $\pi^2 = \gamma$ .  
 (c) Poišči vsaj še eno te enačbe rešitev, ki je drugačne parnosti kot  $\alpha^2 * \beta^2$ .
5. Naj bodo  $\alpha = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 \\ 4 & 3 & 6 & 5 & 1 & 7 & 2 & 9 & 10 & 8 \end{pmatrix}$ ,  $\beta = (1 \ 2)(1 \ 6)(1 \ 7)(1 \ 3)(4 \ 5)(4 \ 10)(4 \ 8)$  in  $\gamma = (1 \ 4 \ 9 \ 3 \ 6 \ 7 \ 2 \ 8)$  permutacije iz  $S_{10}$ .

- (a) Določi ciklične strukture in parnosti permutacij  $\alpha$ ,  $\beta$  ter  $\gamma$ .  
 (b) Poišči vse dopustne ciklične strukture za permutacijo  $\pi$ , ki reši enačbo

$$\alpha * \beta * \pi^4 * \beta^{-1} = \gamma$$

- (c) Poišči vsaj eno rešitev zgornje enačbe, ki ima najvišji možni red.