

1. Poišči dolžino krivulje K s parametrizacijo

$$\mathbf{p}(t) = [t^2 \cos t, t^2 \sin t]^\top, t \in [0, 2\pi].$$

2. Poišči ločno dolžino enega 'loka' cikloide s parametrizacijo

$$\mathbf{q}(t) = [t - \sin t, 1 - \cos t]^\top, t \in [0, 2\pi].$$

Kolikšna je ploščina območja med tem lokom in x -osjo?

(Cikloida je krivulja, ki jo opiše točka na obodu kroga s polmerom r med kotaljenjem po premici. Zgornja parametrizacija opisuje cikloido za $r = 1$ pri kotaljenju vzdolž x -osi.)

3. Lemniskata je polarnih koordinatah dana s predpisom

$$r(\phi) = a\sqrt{\cos 2\phi}.$$

Poišči parametrizacijo za lemniskato in izračunaj ploščino ene od zank.

4. Ploskev v \mathbb{R}^3 je dana implicitno z enačbo

$$\left(R - \sqrt{x^2 + y^2}\right)^2 + z^2 = r^2,$$

kjer sta $R > r$ dani pozitivni števili.

- (a) Prepričaj se, da je

$$x(\phi, \theta) = (R + r \cos \theta) \cos \phi$$

$$y(\phi, \theta) = (R + r \cos \theta) \sin \phi$$

$$z(\phi, \theta) = r \sin \theta$$

parametrizacija te ploskve.

- (b) Za $R = 2$ in $r = 1$ poišči enačbo tangentne ravnine na to ploskev v točki $T(1, \sqrt{3}, 1)$ na dva načina; prvič uporabi implicitno enačbo, drugič parametrizacijo.